8. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Analysis und Lineare Algebra für Informatiker"

Frankfurt, den 30.11.2015

Abgabetermin: 7.12.2015, 10:00 – vor der Vorlesung

29.) Berechnen Sie die Ränge der folgenden Matrizen. Die Ergebnisse sind zu begründen.

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 5 \\ 5 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \; A_2 := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 2 \\ -6 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \; A_3 := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 7 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

(6 Punkte)

30.) Berechnen Sie – auf möglichst einfache Weise – die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$M_1 := \begin{pmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 3 & 0 & 4 \\ 17 & 2 & 31 \end{pmatrix}, \; M_2 := \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \; M_3 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(6 Punkte)

31.) Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Verifizieren Sie:

$$det \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix} = (b-a) \cdot (c-a) \cdot (c-b),$$

$$det \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{pmatrix} = (b-a) \cdot (c-a) \cdot (d-a) \cdot (c-b) \cdot (d-b) \cdot (d-c).$$

(5 Punkte)

32.) Es sei $A = (a_{ij})_{1 \leq i,j \leq 4} \in Mat_{4\times 4}(\mathbb{R})$ mit $a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = 0$. Beweisen Sie:

$$detA = (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}) \cdot (a_{33} \cdot a_{44} - a_{34} \cdot a_{43}).$$

(3 Punkte)