4. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Analysis und Lineare Algebra für Informatiker"

Frankfurt, den 2.11.2015

Abgabetermin: 9.11.2015, 10:00 – vor der Vorlesung

13.) In $\mathbb{R}^3$ seien die beiden folgenden Ebenen gegeben:

$$E_1 := \{(x_1, x_2, x_3) \,|\, 3x_1 + 4x_3 = 0\},$$
$$E_2 := \{(x_1, x_2, x_3) \,|\, 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1\}.$$

Geben Sie von diesen beiden Ebenen jeweils eine Parameterdarstellung – mit Begründung – an.

(5 Punkte)

14.) Gegeben seien die folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^3$:

$$T_1 := \{(4,1,2), (3,9,5), (1,-1,-3)\}\,, T_2 := \{(1,2,5), (3,-1,4), (-9,10,-1)\}.$$

i) Entscheiden Sie – mit Begründung – ob T_1 bzw. T_2 linear unabhängig ist.

ii) Stellen Sie – falls möglich – den Vektor $(1,0,0)$ als Linearkombination der Vektoren aus T_1 bzw. T_2 dar. Falls dies nicht möglich ist, ist das zu begründen.

(6 Punkte)

15.) Gegeben sei die folgende – linear unabhängige – Teilmenge von $\mathbb{R}^3$:

$$U := \{(2,3,1), (4,5,2)\}.$$

Entscheiden Sie – mit Begründung – für welche Vektoren unserer Standard-Basis $B_0 = \{e_1, e_2, e_3\}$ die Menge $U \cup \{e_i\}$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$ ist.

(6 Punkte)

16.) Es sei $n \geq 2$, und in $\mathbb{R}^n$ seien 4 Punkte A, B, C, D gegeben, so dass die *Mittelpunkte der Verbindungsstrecken* $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ nicht auf einer Geraden liegen; das sind die Punkte

$$M_1 := \tfrac{1}{2} \cdot (A + B),\ M_2 := \tfrac{1}{2} \cdot (B + C),\ M_3 := \tfrac{1}{2} \cdot (C + D),\ M_4 := \tfrac{1}{2} \cdot (D + A).$$

Beweisen Sie, dass M_1, M_2, M_3, M_4 die Eckpunkte eines Parallelogramms sind; dazu ist zu zeigen: $M_2 - M_1 = M_3 - M_4$.

(3 Punkte)