9. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Analysis und Lineare Algebra für Informatiker"

Frankfurt, den 7.12.2015

Abgabetermin: 14.12.2015, 10:00 – vor der Vorlesung

33.) Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme mit Hilfe der Cramerschen Regel:

i) $7x_1 + 11x_2 = 8 \ \wedge \ 3x_1 + 5x_2 = 9$;

ii) $5x_1 + 7x_2 = 12 \ \wedge \ 7x_1 + 9x_2 = -3$;

iii) $13x_1 + 5x_2 = 4 \ \wedge \ 8x_1 + 3x_2 = 5$.

(3 Punkte)

34.) Gegeben seien die folgenden Matrizen:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \ A_2 := \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte von A_1 und A_2 sowie jeweils alle zugehörigen Eigenvektoren.

(8 Punkte)

35.) Es sei α ein Winkel mit $0° < \alpha < 360°$, und die Matrix A sei gegeben durch

$$A := \begin{pmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) & 0 \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie – in Abhängigkeit von α – alle Eigenwerte von A sowie die zugehörigen Eigenvektoren.

Was leistet die lineare Abbildung L_A geometrisch?

(5 Punkte)

36.) Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $b \neq 0$. Beweisen Sie, dass die *symmetrische* Matrix

$$A := \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$$

zwei *verschiedene* – reelle – Eigenwerte hat.

(4 Punkte)