

Lineare Algebra

Wintersemester 2015/16

Präsenzaufgabenblatt 9

10.12.2015

Aufgabe P33. (Relationen)

- (a) Welche der folgenden Relationen auf \mathbb{Z} ist reflexiv, symmetrisch oder transitiv? Welche sogar eine Äquivalenzrelation? Begründen Sie Ihre Antwort!
- (i) $R_1 := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \leq 1\}$.
 - (ii) $R_2 := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \geq 1\}$.
 - (iii) $R_3 := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \leq y + 1\}$.
 - (iv) $R_4 := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \geq y\}$.
- (b) Finden Sie ein Beispiel einer Relation, die symmetrisch und transitiv, aber nicht reflexiv ist.

Aufgabe P34. (Äquivalenzrelationen)

Es sei M die Menge der Teilnehmer an den Übungen zur Linearen Algebra. Auf M definieren wir eine Relation \sim durch

$$x \sim y \quad :\iff \quad x \text{ und } y \text{ sind in derselben Übungsgruppe angemeldet.}$$

- (a) Zeigen Sie, dass es sich um eine Äquivalenzrelation handelt. Was sind die Äquivalenzklassen?
- (b) Welche der folgenden Vorschriften liefert eine wohldefinierte Abbildung? Begründen Sie Ihre Antwort!
- (i) $f_1 : M \rightarrow N$, $[x] \mapsto$ Tutor von x , wobei N die Menge der LA-Tutoren bezeichnet.
 - (ii) $f_2 : M \rightarrow \mathbb{R}$, $[x] \mapsto$ die bisher erreichte Punktzahl aus den Übungen von x .

Aufgabe P35. (Rechnen mit Restklassen)

- (a) Stellen Sie die Verknüpfungstabelle für die Addition und Multiplikation in \mathbb{F}_5 auf.
- (b) Berechnen Sie $[3]^{-1} \in \mathbb{F}_7$, $[5] \cdot [7] + [3] \cdot [5] \in \mathbb{F}_{11}$ und $[2]^6 \in \mathbb{F}_{13}$.

Aufgabe P36. (Quotientenvektorraum)

Im reellen Vektorraum \mathbb{R}^2 definieren wir

$$v := \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad \text{und} \quad U := \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{R}} \subseteq \mathbb{R}^2$$

Zeichnen Sie die Äquivalenzklassen $[v], [w], [v + w] \in \mathbb{R}^2/U$ in der kartesischen Ebene \mathbb{R}^2 .

Können Sie zu jeder Klasse einen Repräsentanten der Form $\begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}$ mit $x \in \mathbb{R}$ finden?

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

http://www.uni-frankfurt.de/57776787/Lineare-Algebra_WS2015_16