

Lineare Algebra

Wintersemester 2015/16

Präsenzaufgabenblatt 10

17.12.2015

Aufgabe P37. (Transpositionen und Signum)

Stellen Sie folgende Permutationen als Produkt von Transpositionen dar und bestimmen Sie jeweils deren Signum:

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} \in S_5, \quad \tau := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in S_6.$$

Aufgabe P38. (Determinanten)

Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Q}), \quad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Q}).$$

Aufgabe P39. (Determinante ist nicht additiv)

Finden Sie zwei Matrizen $A, B \in M_2(\mathbb{Q})$, so dass $\det(A + B) \neq \det(A) + \det(B)$.

Aufgabe P40. (Determinante des Vielfachen einer Matrix)

Sei K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass für alle $A \in M_{n \times n}(K)$ und $\lambda \in K$ gilt:

$$\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A).$$