Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Nithi Rungtanapirom

Lineare Algebra

Wintersemester 2015/16

Präsenzaufgabenblatt 12 21.01.2016

Aufgabe P45. (Determinante eines Endomorphismus)

Sei V ein Vektorraum über einem Körper K der Dimension $n \in \mathbb{N}$ und $f : V \to V$ ein Endomorphismus. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass es Basen $\mathscr{B}$ und $\mathscr{C}$ von V gibt, so dass die Darstellungsmatrix folgende Gestalt als Blockmatrix hat:

$$\mathrm{M}^{\mathscr{B}}_{\mathscr{C}}(f) = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_{n\times n}(K).$$

Dabei könnten die unteren Nullzeilen und rechten Nullspalten verschwinden, falls $r = n$. Warum kann trotzdem die Determinante eines Endomorphismus einen anderen Wert als 0 und 1 annehmen?

Aufgabe P46. (Nullstellen von Polynomen)

Zeigen Sie: das Polynom $X^2 - 1$ über $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ hat die Nullstellen $1, 3, 5, 7$.

Warum widerspricht dies nicht der Tatsache aus der Vorlesung, dass jedes Polynom ungleich Null höchstens so viele Nullstellen wie sein Grad haben kann?

Aufgabe P47. (Eigenwerte von Matrizen über verschiedenen Körpern)

Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte von

$$A := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

als Matrix über $\mathbb{Q}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{F}_2$, $\mathbb{F}_3$ bzw. $\mathbb{F}_5$.

Aufgabe P48. (Eigenwerte und Eigenvektoren)

Bestimmen Sie für

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R}).$$

das charakteristische Polynom, die Eigenwerte sowie zu jedem Eigenwert den zugehörigen Eigenraum.

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

`http://www.uni-frankfurt.de/57776787/Lineare-Algebra_WS2015_16`