Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Nithi Rungtanapirom

Lineare Algebra

Wintersemester 2015/16

Präsenzaufgabenblatt 13 28.01.2016

Aufgabe P49. (Eigenwerte und Invertierbarkeit)

Sei $f : V \to V$ ein Endomorphismus eines Vektorraums V über einem Körper K. Zeigen Sie:

$$0 \text{ ist ein Eigenwert von } f \quad \Longleftrightarrow \quad f \text{ ist nicht invertierbar.}$$

Aufgabe P50. (keine direkte Summe)

Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ seien folgende Unterräume gegeben:

$$U_1 := \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{R}}, \quad U_2 := \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{R}} \quad \text{und} \quad U_3 := \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{R}}.$$

Zeigen Sie: Es gilt zwar $U_i \cap U_j = 0$ für alle $i, j \in \{1, 2, 3\}$ mit $i \neq j$, aber U_1, U_2, U_3 bilden in $\mathbb{R}^3$ *keine* direkte Summe!

Aufgabe P51. (algebraische und geometrische Multiplizitäten)

Bestimmen Sie die Eigenwerte folgender Matrizen und jeweils die algebraische und geometrische Multiplizität:

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}_4(\mathbb{Q}).$$

Aufgabe P52. (Diagonalisierbarkeit)

Untersuchen Sie das Zahlenschema

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

aufgefasst als Matrix über $\mathbb{Q}$ bzw. über $\mathbb{F}_2$, auf Diagonalisierbarkeit.

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter
`http://www.uni-frankfurt.de/57776787/Lineare-Algebra_WS2015_16`