2. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Diskrete und Numerische Mathematik für Informatiker"

Frankfurt, den 19.4.2016

Abgabetermin: 26.4.2016, 12:00 – vor der Vorlesung

5.) Es sei E eine endliche Menge, und $w : E \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ sei eine Gewichtsfunktion. Beweisen Sie: Für alle Teilmengen $A, B, C \subseteq E$ gilt:

$$w(A \cup B \cup C)$$
$$= w(A) + w(B) + w(C) - w(A \cap B) - w(A \cap C) - w(B \cap C) + w(A \cap B \cap C).$$

Hinweis: Setzen Sie $D := B \cup C$, und wenden Sie wiederholt Satz 1.16 an.

(4 Punkte)

6.) Geben Sie explizit die folgenden Mengen an:

i) $M_1 := \{n \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq n \leq 30,\ 3n \equiv 1 \bmod 7\}$,

ii) $M_2 := \{n \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq n \leq 100,\ 4n \equiv 3 \bmod 11\}$,

iii) $M_3 := \{n \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq n \leq 50,\ 4n \equiv 2 \bmod 6\}$.

(6 Punkte)

7.) Berechnen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus:

$ggT(91, 427)$, $ggT(154, 407)$, $ggT(341, 481)$.

(6 Punkte)

8.) Beweisen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen gibt.

Hinweis: Man nehme an, die Menge $\mathbb{P} = \{p_1, ..., p_m\}$ der Primzahlen sei endlich. Betrachten Sie dann die Zahl $A := p_1 \cdots p_m - 1$.

(4 Punkte)