3. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Diskrete und Numerische Mathematik für Informatiker"

Frankfurt, den 26.4.2016

Abgabetermin: 3.5.2016, 12:00 – vor der Vorlesung

9.) Berechnen Sie:

$kgV(60, 216)$, $kgV(63, 414)$, $kgV(91, 427)$.

(6 Punkte)

10.) Lösen Sie die folgenden simultanen Kongruenzen:

i) $x \equiv 2 \bmod 9,\ x \equiv 11 \bmod 28$ für $0 \leq x \leq 251$;

ii) $x \equiv -3 \bmod 7,\ x \equiv 9 \bmod 11$ für $0 \leq x \leq 76$.

(6 Punkte)

11.) Es sei p eine Primzahl. Beweisen Sie:

i) Für jedes $k \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq p - 1$ ist p ein Teiler von $\binom{p}{k}$.

ii) Für alle $n \geq 2$ und alle $a_1, ..., a_n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$(\textstyle\sum_{i=1}^{n} a_i)^p \equiv \sum_{i=1}^{n} a_i^p \bmod p.$$

iii) Für alle $a \in \mathbb{Z}$ gilt: $a^p \equiv a \bmod p$.

Hinweise:

Zu ii): Führen Sie den allgemeinen Fall zurück auf den Fall $n = 2$.
Verwenden Sie i) und den Binomischen Lehrsatz.

Zu iii): Untersuchen Sie zunächst alle $a \in \mathbb{N}$, und verwenden Sie dazu ii).

(6 Punkte)

12.) Suchen Sie – mit Begründung – zwei Primzahlen p, q mit $\varphi(p \cdot q) = 120$.

(2 Punkte)