Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Nithi Rungtanapirom

Grundlagen der Algebra

Sommersemester 2016

Präsenzaufgabenblatt 6 18. Mai 2016

Aufgabe P21.

Sei R ein Ring und $a_i \sim b_i$ für $i = 1, \ldots, n$ assoziierte Elemente von R. Zeigen Sie, daß

$$(a_1, \ldots, a_n) = (b_1, \ldots, b_n).$$

Aufgabe P22.

Sei K ein Körper und $K[X]$. Zeigen Sie, daß ein Polynom $P \in K[X]$ vom Grad 2 irreduzibel ist genau dann, wenn es keine Nullstelle in K hat.

Was ist mit $\deg(P) = 3$?

Aufgabe P23.

Der Körper mit 4 Elementen hat eine Beschreibung als Faktorring

$$\mathbb{F}_4 = \mathbb{F}_2[X]/(X^2 + X + 1).$$

Wir bezeichnen die Restklasse von X mit α. Beschreiben Sie für alle $n \in \mathbb{N}_0$ die Potenz α^n, indem Sie einen Vertreter in $\mathbb{F}_2[X]$ vom Grad ≤ 1 angeben.

Aufgabe P24.

Berechnen Sie $d = \mathrm{ggT}(a_1, \ldots, a_r)$ in $\mathbb{Z}$ für $a_1, \ldots, a_r$ gegeben als

(a) $91, 343$.

(b) $2016, 2017$, oder allgemeiner $n, n + 1$ für $n > 0$.

(c) $45, 63, 175$.

Berechnen Sie auch eine $\mathbb{Z}$-Linearkombination $d = x_1 a_1 + \ldots + x_r a_r$ mit $x_i \in \mathbb{Z}$, die den ggT darstellt.

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

`http://www.uni-frankfurt.de/60046116/16_SS_GdA`