7. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Diskrete und Numerische Mathematik für Informatiker"

Frankfurt, den 24.5.2016

Abgabetermin: 31.5.2016, 12:00 – vor der Vorlesung

25.) Betrachten Sie den 2-fachen Wiederholungscode $C = \{(0,0,0),(1,1,1)\}$ aus Beispiel 4.23i) über dem Körper $\mathbb{Z}/2\cdot\mathbb{Z}$; das ist ein $(3,1)$-Code. Geben Sie explizit alle Elemente des $(3,2)$-Codes $C^\perp$ an, und berechnen Sie auch alle Hamming-Abstände von paarweise verschiedenen Elementen aus $C^\perp$.

Interpretieren Sie Ihre Beobachtung geometrisch!

(6 Punkte)

26.) Beweisen Sie Satz 4.26 der Vorlesung:

Es sei B eine endliche und nichtleere Menge, und es seien $n, e \in \mathbb{N}$. Für einen Code $C \subseteq B^n$ sind dann folgende Aussagen äquivalent:

(i) C ist e-perfekt.

(ii) C korrigiert bis zu e Fehler, und es gilt:

$$|C| = |B|^n \cdot \left(\sum_{k=0}^{e} \binom{n}{k} \cdot (|B|-1)^k \right)^{-1}.$$

Hinweis: Orientieren Sie sich auch am Beweis von Satz 4.17.

(4 Punkte)

27.) Geben Sie – mit Begründung – einen $(6,4)$-Code über dem Körper $\mathbb{Z}/5\cdot\mathbb{Z}$ an, der ein Hamming-Code ist. Dabei genügt es, diesen Code mit Hilfe einer zugehörigen Kontrollmatrix zu beschreiben.

(4 Punkte)

28.) Es sei C der Code über dem Körper $K = \mathbb{Z}/3\cdot\mathbb{Z}$ mit der Generatormatrix

$$G = \begin{pmatrix} \overline{0} & \overline{1} & \overline{1} & \overline{2} \\ \overline{1} & \overline{0} & \overline{1} & \overline{1} \end{pmatrix}.$$

Entscheiden Sie – mit Begründung – ob dieser Code 1-perfekt ist.

Hinweis: Bestimmen Sie eine zugehörige Kontrollmatrix, und benutzen Sie Satz 4.24.

(6 Punkte)