

## Übungsblatt 6

### Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

Zeigen Sie, dass für reelle Zahlen  $a, b > 0$  und  $x, y \in \mathbb{Q}$  gilt:

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}; \quad a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x.$$

*Erinnerung:* Zu  $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$  mit  $p, q \in \mathbb{Z}, q > 0$ , ist  $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$  die eindeutige, positive, reelle Lösung von  $x^q = a^p$ .

### Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

- (a) Vereinfachen Sie die Ausdrücke  $\log_2(\sqrt[5]{2^3})$ ,  $\log_5(\sqrt{3^2 + 4^2})$ ,  $\log_7(33 + 16)$ .  
(b) Beweisen Sie folgendes Rechengesetz für den Logarithmus  $\log_a$  zur Basis  $a > 0$ :

$$\text{Für alle } x, y \in \mathbb{R}, x > 0 \text{ gilt: } \log_a(x^y) = y \cdot \log_a(x).$$

### Plenumsaufgabe 1

Finden Sie (ohne Zuhilfenahme eines Taschenrechners und mit Angabe der Rechenschritte) eine ganze Zahl  $n \in \mathbb{Z}$ , so dass gilt:

$$n \leq \log_2(100) < n + 1.$$

### Plenumsaufgabe 2

In Ihrem Stammbaum sind Ihre Eltern Ihre Vorfahren der 1. Generation, Ihre Großeltern Ihre Vorfahren der 2. Generation, Ihre Urgroßeltern Ihre Vorfahren der 3. Generation, usw.

Wie viele Vorfahren der  $n$ -ten Generation haben Sie? Für welches  $n$  gibt es erstmals mehr als 100 Vorfahren in der  $n$ -ten Generation?