

9. Übungsblatt zu der Vorlesung
“Diskrete und Numerische Mathematik für Informatiker”

Frankfurt, den 7.6.2016

Abgabetermin: 14.6.2016, 12:00 – vor der Vorlesung

Zunächst folgende Hinweise bzw. Anmerkungen:

I) In den Aufgaben 34.) und 35.) sind lineare Gleichungssysteme aufzustellen und zu analysieren.

II) In Aufgabe 36ii) kann auch – bei Abzug von einem Punkt – eine schwächere Abschätzung bewiesen werden.

33.) Lösen Sie die folgende Interpolationsaufgabe – mit irgendeiner der in der Vorlesung behandelten Methoden:

Gesucht ist $P \in \Pi_3$ mit:

$$P(1) = 2, P(2) = 4, P(3) = 8, P(4) = 16.$$

(4 Punkte)

34.) Für fixiertes $\alpha \in \mathbb{R}$ betrachten wir die folgende *Interpolationsaufgabe*:

Gesucht ist ein Polynom $P \in \Pi_2$ mit:

$$P(0) = 1, P'(1) = \alpha, P(2) = 1.$$

Entscheiden Sie mit Begründung, für welche Werte von α diese Aufgabe gar keine bzw. genau eine bzw. unendlich viele Lösungen hat.

Falls es mindestens eine Lösung gibt, sind alle Lösungen (in Abhängigkeit von α) anzugeben.

(6 Punkte)

35.) Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq b$ sowie $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ beliebig. Beweisen Sie, dass es genau ein Polynom $P \in \Pi_3$ gibt mit:

$$P(a) = \alpha, P'(a) = \beta, P(b) = \gamma, P'(b) = \delta.$$

(4 Punkte)

36.) Wir betrachten die folgende Interpolationsaufgabe:

Gesucht ist $P \in \Pi_2$ mit:

$$P(\alpha) = \cos(\alpha) \text{ für } \alpha \in \left\{-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}\right\}.$$

i) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom P .

ii) Verifizieren Sie, dass für alle $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ gilt:

$$|P(x) - \cos(x)| \leq 0,25.$$

(6 Punkte)