

Übungsblatt 9

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

- (a) Gegeben seien die komplexen Zahlen $z = 1 - 2i$ und $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Berechnen Sie

$$z + w, \quad z \cdot w, \quad \bar{z}, \quad |w| \quad \text{und} \quad w^{-1}$$

und zeichnen Sie z , w und die Ergebnisse der Rechnungen in der komplexen Zahlenebene ein.

- (b) Zeigen Sie: Eine komplexe Zahl $z \neq 0$ hat genau dann Betrag 1, wenn gilt: $z^{-1} = \bar{z}$.
(c) Zeichnen Sie die Mengen

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - 2| \leq |z + 3|\} \quad \text{und} \quad \{z \in \mathbb{C} : |z - i| \leq 1\} \cap \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| z - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3} + 2}{2}i \right| \leq 1 \right\}$$

in der komplexen Zahlenebene.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

Berechnen Sie den Real- und den Imaginärteil der komplexen Zahlen

$$\left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^6 \quad \text{und} \quad (1 - i\sqrt{3})^{100}.$$

Hinweis: Polarkoordinaten.

Abgabe der Wochenaufgaben bis **12 Uhr** am **Montag, den 20. Juni** in die entsprechenden Kästen im 3. Stock der Robert-Mayer-Straße 6.

Plenumsaufgabe 1

Nach dem Fundamentalsatz der Algebra hat

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto f(z) = z^3 - 2$$

drei Nullstellen in \mathbb{C} .

Berechnen Sie diese in Polarkoordinaten.

Plenumsaufgabe 2

Zu einer Abbildung $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ heißt $\{z \in \mathbb{C} : f(z) = z\}$ die Menge der Fixpunkte.

Berechnen Sie die Menge der Fixpunkte der folgenden Abbildungen:

$$t : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad t(z) = z + 1 + 2i;$$

$$s : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad s(z) = -\bar{z} + 1;$$

$$r : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad r(z) = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) z.$$

Was ist die geometrische Interpretation dieser Abbildungen?