Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Nithi Rungtanapirom

Geometrie

Sommersemester 2016

Präsenzaufgabenblatt 4 22. Juni 2016

Aufgabe P13. (Skalarprodukte)

Sei V ein reeller Vektorraum. Ferner seien $\langle\cdot,\cdot\rangle_1, \langle\cdot,\cdot\rangle_2 : V \times V \to \mathbb{R}$ Skalarprodukte auf V. Zeigen Sie:

(a) $\langle\cdot,\cdot\rangle_1 + \langle\cdot,\cdot\rangle_2$ ist wieder ein Skalarprodukt auf V.

(b) Ist $\lambda > 0$, so ist $\lambda\langle\cdot,\cdot\rangle_1$ wieder ein Skalarprodukt auf V.

Aufgabe P14. (Definitheit)

Untersuchen Sie folgende reelle Matrizen auf positive bzw. negative Definitheit:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe P15. (Winkel)

Bestimmen Sie den Winkel $\measuredangle(v, w)$ zwischen den im folgenden gegebenen Vektoren v, w im euklidischen Standardraum $\mathbb{R}^3$:

(a) $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ w = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. (b) $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \ w = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(c) $v =$ Diagonale des Einheitwürfels, $w =$ eine angrenzende Kante.

Aufgabe P16. (Abstände zwischen Punkten)

Sei $\mathbb{A}$ ein affiner Raum mit dem euklidischen Translationsraum V. Ferner seien $A, B \in \mathbb{A}$ und $C := \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ (Vgl. Aufgabe 16). Zeigen Sie:

$$d(A, C) = d(B, C).$$

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

`http://www.uni-frankfurt.de/60047451/16_SS_Geometrie`