

12. Übungsblatt zu der Vorlesung  
“Diskrete und Numerische Mathematik für Informatiker”

Frankfurt, den 28.6.2016

Abgabetermin: 5.7.2016, 12:00 – vor der Vorlesung

45.) Gegeben sei die Matrix  $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Entscheiden Sie – mit Begründung, ob es eine untere Dreiecksmatrix  $L$  über  $\mathbb{R}$  und eine obere Dreiecksmatrix  $R$  über  $\mathbb{R}$  gibt, so dass  $A$  die Dreiecks-Zerlegung  $A = L \cdot R$  besitzt.

(2 Punkte)

46.) Lösen Sie das folgende Lineare Gleichungssystem mittels Dreieckszerlegung:

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -2 \wedge 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 9 \wedge 5x_1 - x_2 + 6x_3 = 23.$$

(6 Punkte)

In den Aufgaben 47.) und 48.) liegt die Supremumsnorm  $\|\cdot\|_\infty$  auf  $\mathbb{R}^2$  – und die induzierte Zeilensummennorm auf  $Mat_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  – zugrunde.

Ist  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in Mat_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  invertierbar, so gilt:  $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ .

47.) Gegeben sei die Matrix  $A := \begin{pmatrix} 0,78 & 0,563 \\ 0,913 & 0,659 \end{pmatrix}$ .

Ferner seien in  $\mathbb{R}^2$  die beiden Vektoren  $b_1 := \begin{pmatrix} 0,217 \\ 0,254 \end{pmatrix}$  und  $b_2 := \begin{pmatrix} 0,216 \\ 0,255 \end{pmatrix}$  gegeben.

i) Berechnen Sie  $A^{-1}$  und  $cond(A)$ .

ii) Lösen Sie die beiden Linearen Gleichungssysteme

$$A \cdot x = b_1, \quad A \cdot u = b_2$$

– mit irgendeiner der uns bekannten Methoden. Was beobachten Sie?

(6 Punkte)

48.) Gegeben sei die Matrix  $A := \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$  und der Vektor  $b := \begin{pmatrix} -21 \\ 43 \end{pmatrix}$ .

i) Berechnen Sie  $A^{-1}$  und  $cond(A)$ .

ii) Lösen Sie das Lineare Gleichungssystem

$$A \cdot x = b.$$

iii) Es sei  $\tilde{x}$  die Lösung eines gestörten Linearen Gleichungssystems

$$A \cdot \tilde{x} = b + \Delta b.$$

Verifizieren Sie:

$$\|x - \tilde{x}\| \leq 80 \cdot \|\Delta b\|.$$

(6 Punkte)