

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 4

### Aufgabe 1

Seien  $K$  ein Körper,  $n \in \mathbb{N}$  und  $A = (a_{ij})_{i,j} \in \text{Mat}_n(K)$ .

Zeigen Sie:  $A \mapsto a_{ij}$  ist für alle  $i, j$  ein Gruppenhomomorphismus  $(\text{Mat}_n(K), +) \rightarrow (K, +)$ .

Ist  $A \mapsto a_{ij}$  auch ein Gruppenhomomorphismus  $(\text{GL}_n(K), \cdot) \rightarrow (K^\times, \cdot)$ ?

### Aufgabe 2

Für welche  $x \in \mathbb{Q}$  ist die Matrix  $A_x = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & x & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  invertierbar.

Geben Sie in diesen Fällen  $A_x^{-1}$  an.

### Aufgabe 3

Berechnen Sie

$$(1 \ 2 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 4

Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen als  $a + ib$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ :

$$\frac{1}{i}, \quad \frac{1+i}{1-i}, \quad \left( \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \right)^3.$$