Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2016/17
10 November 2016

Funktionentheorie und DGL
Prof. Dr. Annette Werner
Dr. Alejandro Soto

Übungsblatt 2 - Teil B

Aufgabe 1. (4 Punkte) *Zeigen Sie, dass die Reihe*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{z-n}$$

in $D := \mathbb{C} \backslash \{(k,0) \in \mathbb{C} \big| k \in \mathbb{Z}_{>0}\}$ *lokal gleichmäßig, aber nicht normal konvergiert.*

Aufgabe 2. (4 Punkte) *Betrachten Sie* die komplexe Exponentialfunktion

$$\exp : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \quad \exp(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}.$$

Zeigen Sie:

(a) exp *bildet jeden halboffenen Streifen*

$$\{z = x + iy : x \in \mathbb{R}, y_0 \leq y < y_0 + 2\pi\}$$

bijektiv auf $\mathbb{C}^*$ *ab.*

(b) Für alle $z \in \mathbb{C}$ *mit* $|z| \leq 1$ *gilt:* $|\exp(z) - 1| \leq 2|z|$.

(c) Das Polynom $z^n - 1$ *hat genau* n *verschiedene Nullstellen. Zeichnen Sie diese Nullstellen in der komplexen Ebene.*

Abgabe bis **12 Uhr** am **Donnerstag, den 17. November** in die entsprechenden Kästen im 3. Stock der Robert-Mayer-Straße 6.