

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 5

Aufgabe 1

Sei R ein Ring. Machen Sie sich klar, dass $\text{Mat}_n(R)$ ein Ring ist.

An welcher Stelle muss man beim Gauß-Verfahren aufpassen?

Sei nun $\varphi: R \rightarrow S$ ein Ringhomomorphismus. Zeigen Sie, dass φ einen Ringhomomorphismus

$$\text{Mat}_n(\varphi): \text{Mat}_n(R) \rightarrow \text{Mat}_n(S)$$

induziert.

Aufgabe 2

Fassen Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

als Matrix über \mathbb{Q} auf. Ist sie invertierbar? Wie sieht die Lösungsmenge des homogenen LGS $A \cdot x = 0$ aus?

Fassen Sie nun A als Matrix über \mathbb{F}_2 auf. Ist sie invertierbar? Wie sieht die Lösungsmenge des homogenen LGS $A \cdot x = 0$ aus?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Zeilenstufenform G der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_2(\mathbb{Q})$$

und geben Sie eine Matrix $T \in \text{GL}_2(\mathbb{Q})$ an, so dass $T \cdot A = G$ ist.

Aufgabe 4

Betrachten Sie

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}.$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des homogenen LGS $A \cdot x = 0$ mit $x \in \mathbb{R}^6$.