

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 10

### Aufgabe 1

Sei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

Geben Sie Matrizen  $S, T \in \text{GL}_2(\mathbb{R})$  an, so dass:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = SAT.$$

### Aufgabe 2

(a) Sei  $M$  eine Menge. Geben Sie jeweils eine Relation an, die *nicht*

- reflexiv ist;
- symmetrisch ist;
- transitiv ist.

(b) Sei  $S_n$  die symmetrische Gruppe über  $n$  Elementen.

Zeigen Sie:  $\sigma \sim \tau : \iff \exists \rho \in S_n : \sigma = \rho \circ \tau \circ \rho^{-1}$  ist eine Äquivalenzrelation auf  $S_n$ .

### Aufgabe 3

Seien  $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  und  $U = \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \subseteq \mathbb{R}^2$ .

Geben Sie ein lineares Gleichungssystem an, das  $v + U$  als Lösungsmenge besitzt.

### Aufgabe 4

Sei  $\sigma \in S_n$  eine Permutation. Bestimmen Sie den Rang der Permutationsmatrix  $A_\sigma$ .