

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 13

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

das selbe charakteristische Polynom haben aber nicht ähnlich sind.

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie das charakteristische Polynom, sowie die Eigenräume und -Werte der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  mit charakteristischem Polynom

$$(X - 1)(X + 3)(X - 5) \in \mathbb{R}[X].$$

Gibt es weitere Matrizen mit demselben charakteristischen Polynom?

### Aufgabe 4

Es seien  $f, g \in \mathbb{Q}[X]$  die Polynome

$$f = X^4 + 3X^3 - X + 5 \quad \text{und} \quad g = X^2 + 2X + 1.$$

Teilen Sie  $f$  durch  $g$  mit Rest, d.h. bestimmen Sie  $q, r \in \mathbb{Q}[X]$  mit  $\deg(r) < \deg(g)$  oder  $r = 0$  und

$$f = qg + r.$$