
Vorlesung Lineare Algebra, Übungsblatt 1:

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Verneinung der folgenden Aussagen:

- a) Es gibt $n \in \mathbb{N}$ mit der Eigenschaft: n ist gerade und $n > 2$.
- b) Für alle $x \in \mathbb{N}$ und für alle $y \in \mathbb{N}$ gilt: $x + y \geq 1$.
- c) Jedes Übungsblatt schafft Unzufriedene.

Aufgabe 2: Seien A, B, C Mengen. Zeigen Sie:

- (a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- (b) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.
- (c) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

Aufgabe 3: Zeigen Sie:

- a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $3^n > 2n$. Beachte $k^0 = 1$ für alle $k \in \mathbb{N}$.
- b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(n + 3)^2 > 2n + 7$.
- c) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $2^{n+5} > (n + 5)^2$.
- d) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $2^{n+4} < (n + 4)!$. Dabei ist $k! := 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot k$ für alle $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4: Zeigen Sie:

- a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $17^n - 12^n$ ist durch 5 teilbar.
- b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $n^3 + n$ ist eine gerade Zahl.