

Elementarmathematik II

Sommersemester 2018

Übungsblatt 3

24. April 2018

Aufgabe 9. (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen:

- (a) $1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots$
- (b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$
- (c) $0,75 + 0,075 + 0,0075 + \dots$

Aufgabe 10. (3 Punkte)

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge. Zeigen Sie: $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist eine Nullfolge.

Aufgabe 11. (5 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Mengen auf Beschränktheit. Geben Sie für nach oben beschränkte Mengen das Supremum, für nach unten beschränkte das Infimum an. Handelt es sich jeweils um ein Maximum bzw. Minimum?

- (a) $M_1 = \left\{ \frac{2}{n^2+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$
- (b) $M_2 = \{x^3 + 1 : x \in \mathbb{R}\}$
- (c) $M_3 = [2, 5) \cup [6, 7)$
- (d) $M_4 = \left\{ \frac{1}{x} : x > 0 \right\}$
- (e) $M_5 = \{x \in \mathbb{R} : |x + 4| < 1\}$

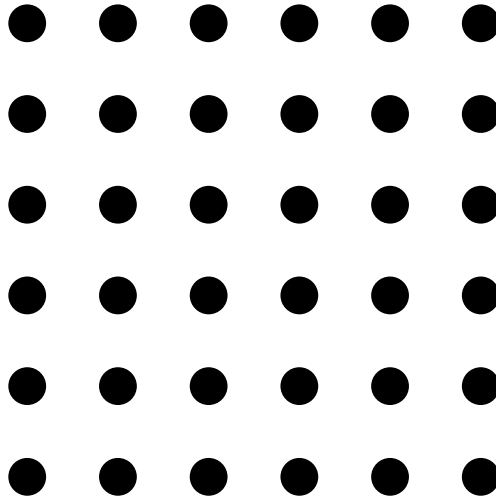
Aufgabe 12. (7 Punkte)

Geben Sie jeweils ein Beispiel für eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit der genannten Eigenschaft an oder begründen Sie, warum es kein solches Beispiel gibt.

- (a) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist beschränkt und nicht monoton
- (b) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert gegen 5 und besitzt eine Teilfolge, die gegen 0 konvergiert
- (c) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ besitzt keine konvergente Teilfolge
- (d) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist unbeschränkt, aber besitzt eine beschränkte Teilfolge
- (e) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist beschränkt und besitzt keine konvergente Teilfolge
- (f) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergent und unbeschränkt
- (g) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ besitzt zwei konvergente Teilfolgen mit verschiedenen Grenzwerten

Bonusaufgabe.

Sechsenddreißig Steine sind in einem Quadrat angeordnet, in sechs Reihen à sechs Steinen. Man entferne sechs Steine auf solche Weise, dass sich hinterher immer noch in jeder Reihe, vertikal und horizontal, eine gerade Anzahl an Steinen befindet.



Abgabe: Am kommenden **Mittwoch**, den **2. Mai 2018**, bis **12 Uhr** in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathematik, Robert-Mayer-Straße 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

https://www.uni-frankfurt.de/70100088/18_SS_Elementarmathematik_II
