

Elementarmathematik II

Sommersemester 2018

Übungsblatt 6

15. Mai 2018

Aufgabe 21. (3 Punkte)

Seien die Funktionen $f : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert als

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = \frac{x}{x+1}.$$

- (a) Berechnen Sie $(fg)(x)$.
- (b) Bestimmen Sie $\text{Bild}(f)$.
- (c) Berechnen Sie $(g \circ f)(x)$.

Aufgabe 22. (4 Punkte)

- (a) Sei $D \subseteq \mathbb{R}$ eine Teilmenge und seien $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie, dass auch $f + g : D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.
- (b) Seien $D, D' \subseteq \mathbb{R}$ und seien $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : D' \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $\text{Bild}(f) \subseteq D'$. Zeigen Sie, dass auch $g \circ f : D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.

Aufgabe 23. (7 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit:

- (a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \lfloor x \rfloor$
- (b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x - 1$
- (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|$
- (d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \max\{0, x\}$
- (e) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} -1, & \text{falls } x < 0, \\ 0, & \text{falls } x = 0, \\ 1, & \text{falls } x > 0 \end{cases}$
- (f) $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$
- (g) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, n \mapsto (-1)^n$

Aufgabe 24. (6 Punkte)

Sei $f : [1, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ definiert als

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}.$$

- (a) Zeigen Sie: Für $x \geq 1$ gilt $f(x) \geq 1$, so dass f als Abbildung mit dem angegebenen Werte- und Definitionsbereich wohldefiniert ist.
- (b) Zeigen Sie, dass f kontrahierend ist.
- (c) Bestimmen Sie den eindeutigen Fixpunkt von f .

Bonusaufgabe.

Sieben Freunde treffen sich. Sie sind ein bisschen durcheinander und können sich nicht erinnern, welcher Wochentag es ist.

Matthias: „Heute ist Dienstag“

Adrian: „Nein, morgen ist Dienstag“

Matteo: „Ihr liegt beide falsch. Dienstag war gestern“

Jonathan: „Nein, Matteo, gestern war Samstag“

Max: „Heute ist entweder Donnerstag oder Freitag“

David: „Das glaube ich nicht. Heute ist nämlich Sonntag“

Markus: „Nein, heute ist nicht Sonntag“

Nur einer der Freunde liegt mit seiner Aussage richtig. An welchem Wochentag treffen sie sich?

Abgabe: Am kommenden Dienstag, den **22. Mai 2018**, bis zur Vorlesung in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathematik, Robert-Mayer-Straße 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

https://www.uni-frankfurt.de/70100088/18_SS_Elementarmathematik_II
