

Elementarmathematik II

Sommersemester 2018

Übungsblatt 9

5. Juni 2018

Aufgabe 33. (4 Punkte)

Zeigen Sie anhand des Einheitskreises, dass für alle $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt:

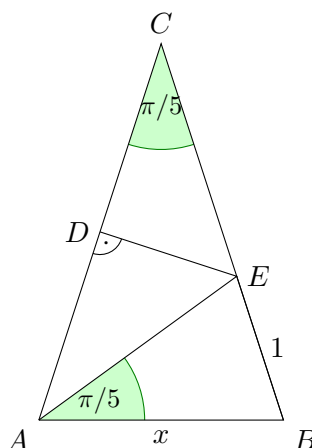
- (a) $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$
- (b) $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$

Aufgabe 34. (6 Punkte)

- (a) Berechnen Sie $\sin(\pi/4)$, $\cos(\pi/4)$ und $\tan(\pi/4)$ mit Hilfe eines Quadrats.
- (b) Berechnen Sie $\sin(\pi/3)$, $\cos(\pi/3)$ und $\tan(\pi/3)$ mit Hilfe eines gleichseitigen Dreiecks.

Aufgabe 35. (6 Punkte)

- (a) Eine Strecke sei so in zwei Abschnitte unterteilt, dass der längere Abschnitt a zum kürzeren Abschnitt b im gleichen Verhältnis steht wie die Gesamtstrecke c zu a . Dieses Seitenverhältnis heißt goldener Schnitt und wird mit φ bezeichnet. Zeigen Sie, dass φ die Gleichung $\varphi^2 = \varphi + 1$ erfüllt. Folgern Sie, dass $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ gilt.
- (b) Gegeben sei folgendes gleichschenklige Dreieck mit gleichlangen Seiten AC und BC :



Bestimmen Sie die Winkel $\angle CBA$, $\angle AEB$ und $\angle EAD$. Folgern Sie, dass AE und EC die Länge x haben. Folgern Sie außerdem, dass die Dreiecke ABE und CAB ähnlich sind, d.h. die gleichen Winkel und damit die gleichen Seitenverhältnisse haben. Leiten Sie daraus her, dass x der goldene Schnitt φ ist.

- (c) Benutzen Sie das Dreieck CDE , um $\cos(\pi/5) = \frac{1}{2}x = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ zu zeigen. Folgern Sie, dass in einem regelmäßigen Fünfeck die langen Diagonalen im goldenen Schnittverhältnis zur Kantenlänge stehen.

Aufgabe 36. (6 Punkte)

Gegeben sei ein Dreieck mit Seitenlängen a, b, c und Winkeln α, β, γ . Wie üblich liege α gegenüber a , β gegenüber b und γ gegenüber c . Die Höhe h auf der Seite c teile diese in zwei Abschnitte x und y .

- (a) Geben Sie Sinus und Kosinus von α und β als Verhältnisse von Strecken an.
(b) Drücken Sie c in Abhängigkeit von a, b, α, β aus.
(c) Angenommen, Sie kennen α, β und c . Nach dem wsw-Kongruenzsatz ist das Dreieck dadurch bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt. Berechnen Sie die Seitenlängen a und b in Abhängigkeit der bekannten Größen.

Bonusaufgabe.

Man ordne die Zahlen $1, 2, \dots, 16$ in einer Reihe an, so dass sich je zwei nebeneinanderstehende Zahlen zu einer Quadratzahl addieren.

Abgabe: Am kommenden Dienstag, den **12. Juni 2018**, bis zur Vorlesung in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathematik, Robert-Mayer-Straße 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

https://www.uni-frankfurt.de/70100088/18_SS_Elementarmathematik_II
