

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (3 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie die Kardinalität der Menge

$$M := (\{n \in \mathbb{N} : n \text{ gerade}\} \cap \{k \in \mathbb{N} : k < 10\}) \setminus \{2, 3\}.$$

- (b) Was ist die Negation der Aussage “Jedes Übungsblatt schafft Unzufriedene”?
- (i) “Es gibt kein Übungsblatt, mit dem alle zufrieden sind.”
 - (ii) “Es gibt einen, der mit allen Übungsblättern zufrieden ist.”
 - (iii) “Es gibt ein Übungsblatt, mit dem alle zufrieden sind.”
 - (iv) “Alle sind mit jedem Übungsblatt zufrieden.”
 - (v) “Es gibt keinen, der mit allen Übungsblättern zufrieden ist.”

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien $f: X \rightarrow Y$ und $g: Y \rightarrow Z$ Abbildungen.

- (a) Zeigen Sie: Sind f, g injektiv, so ist auch $g \circ f$ injektiv.
- (b) Zeigen Sie: Sind f, g surjektiv, so ist auch $g \circ f$ surjektiv.
- (c) Finden Sie Beispiele für f und g , so dass
 - (i) $g \circ f$ injektiv ist, aber g nicht injektiv ist.
 - (ii) $g \circ f$ surjektiv ist, aber f nicht surjektiv ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $f: X \rightarrow Y$ und $g: Y \rightarrow Z$ Abbildungen.

- (a) Zeigen Sie: $g \circ f$ ist injektiv $\implies f$ ist injektiv.
- (b) Zeigen Sie: $g \circ f$ ist surjektiv $\implies g$ ist surjektiv.
- (c) Finden Sie Beispiele für f und g , so dass
 - (i) f injektiv ist, aber $g \circ f$ nicht injektiv ist.
 - (ii) g surjektiv ist, aber $g \circ f$ nicht surjektiv ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Wie aus der Vorlesung bekannt definieren wir zu einer Abbildung $f: X \rightarrow Y$ und $C \subseteq Y$ das Urbild von C als

$$f^{-1}(C) := \{x \in X : f(x) \in C\}.$$

Sei $f: X \rightarrow Y$ eine Abbildung und $A, B \subseteq X$, sowie $C, D \subseteq Y$.

Zeigen Sie:

- (a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$;
- (b) $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$;
- (c) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$;
- (d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Geben Sie zudem ein Beispiel an, bei dem die Inklusion echt ist, also $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$ ist.

Aufgabe 5 (1 Punkt)

Schreiben Sie folgenden Satz in lateinischen Buchstaben:

Ελληνταρμαθεμαθικ ιστ μειν Λιεβλιγσφαχ!

Griechisches Alphabet

Alpha	α	A	Ny	ν	N
Beta	β	B	Xi	ξ	Ξ
Gamma	γ	Γ	Omikron	o	O
Delta	δ	Δ	Pi	π, ϖ	Π
Epsilon	ε, ϵ	E	Rho	ρ, ϱ	P
Zeta	ζ	Z	Sigma	σ	Σ
Eta	η	H	Tau	τ	T
Theta	θ, ϑ	Θ	Ypsilon	υ	Υ
Iota	ι	I	Phi	ϕ, φ	Φ
Kappa	κ	K	Chi	χ	X
Lambda	λ	Λ	Psi	ψ	Ψ
My	μ	M	Omega	ω	Ω

Abgabe bis 10:00 am Donnerstag, den 25. Oktober in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.