

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 4

Aufgabe 1

Sei T die Menge der Studierenden im Tutorium. Für $s, s' \in T$ definieren wir

$$s \sim s' :\iff s \text{ sitzt in der selben Reihe wie } s'.$$

Zeigen Sie \sim ist eine Äquivalenzrelation auf T .

Bestimmen Sie die Menge der Äquivalenzklassen T/\sim .

Aufgabe 2

Sei \mathcal{G} die Menge aller Geraden in der Ebene. Entscheiden Sie für jede der folgenden Teilmengen von $\mathcal{G} \times \mathcal{G}$, welche der drei Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie und Transitivität erfüllt sind und welche nicht. Bei welcher Teilmenge handelt es sich um eine Äquivalenzrelation?

- (a) $R = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : g \text{ und } h \text{ schneiden sich in mind. einem Punkt}\}$
- (b) $S = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : g \text{ und } h \text{ schneiden sich in genau einem Punkt}\}$
- (c) $T = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : g \text{ und } h \text{ sind parallel}\}$
- (d) $U = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : g \text{ und } h \text{ sind echt parallel}\}$

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

- (a) Für alle $a, b, c \in \mathbb{N}$ gilt: $a + b = c + b \implies a = c$.
- (b) Für alle $x \in \mathbb{Z}$ ist $(-1) \cdot x = -x$.
- (c) Für alle $x \in \mathbb{Z}$ ist $x + [(1, 1)] = x$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie: Für alle $x, y, z \in \mathbb{Z}$ gilt

$$x < y \iff -x > -y.$$