

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 6

### Aufgabe 1

Für  $(a, b), (c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  definieren wir wie in der Vorlesung

$$(a, b) \sim (c, d) : \iff ad = bc.$$

Zeigen Sie, dass  $\sim$  eine Äquivalenzrelation ist.

### Aufgabe 2

Was wäre schiefgegangen, hätte man die Addition auf  $\mathbb{Q}$  durch

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} := \frac{a+c}{b+d}$$

definiert?

### Aufgabe 3

(a) Zeigen Sie, dass  $-: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, (a, b) \mapsto a - b$  keine assoziative Verknüpfung auf  $\mathbb{Z}$  gibt.

(b) Sei  $S_3$  die Menge der Bijektionen der Menge  $\{1, 2, 3\}$ .

Zeigen Sie, dass  $\circ: S_3 \times S_3 \rightarrow S_3, (f, g) \mapsto f \circ g$  keine kommutative Verknüpfung auf  $S_3$  gibt.

### Aufgabe 4

(a) Zeigen Sie: Für alle  $x \in \mathbb{Q}$  gilt  $|x| = 0 \iff x = 0$ .

(b) Zeigen Sie: Für alle  $x \in \mathbb{Q}$  gilt  $|x| = |-x|$ .

### Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass es unendlich viele verschiedene  $z \in \mathbb{Q}$  mit  $0 < z < 1$  gibt.