

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 8

Aufgabe 1

- (a) Zeigen Sie: Ist $x^2 = 5$, so ist $x \notin \mathbb{Q}$.
(b) Zeigen Sie: Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ ist $(x + y)^2 \geq 4xy$.

Aufgabe 2

- (a) Berechnen Sie die Darstellungen der periodischen Dezimalbrüche $0,\overline{3}$ und $0,\overline{037}$ als vollständig gekürzte Brüche.
(b) Berechnen Sie die Darstellung des gemischt-periodischen Dezimalbruches $0,1\overline{6}$ als vollständig gekürzten Bruch.
(c) Berechnen Sie die Darstellungen der vollständig gekürzten Brüche $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{9}$ als periodischen Dezimalbruch.

Aufgabe 3

- (a) Zeigen oder widerlegen Sie: $[(\frac{1}{n^2})_{n \in \mathbb{N}}] < [(\frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}]$.
(b) Sei die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ rekursiv gegeben durch $x_1 := 1$ und $x_{n+1} := \frac{x_n^2 + 2}{2x_n}$, für alle $n \in \mathbb{N}$.
Zeigen oder widerlegen Sie: $[(x_n)_{n \in \mathbb{N}}] < \frac{3}{2}$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie: Für $|q| < 1$ ist

$$\sum_{k=1}^{\infty} q^k = \frac{q}{1-q}.$$