

Geometrie

Sommersemester 2019

Präsenzaufgabenblatt 6

21. Mai 2019

Aufgabe 1.

Sei $Q(X, Y)$ die quadratische Form in zwei Variablen

$$Q(X, Y) = XY$$

Bestimmen Sie eine orthogonale lineare Variablensubstitution

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad S \in O(2),$$

so dass Q die Diagonalgestalt

$$Q(X, Y) = \lambda U^2 + \mu V^2$$

mit $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ annimmt.

Aufgabe 2.

Welche Form haben die Quadriken in \mathbb{R}^2 bzw. \mathbb{R}^3 , die durch folgende Gleichungen beschrieben werden?

- (a) $x^2 + xy + y^2 = 1$,
- (b) $x^2 + xy + \frac{1}{4}y^2 = 1$,
- (c) $3x^2 - 4xy + y^2 = 1$,
- (d) $2x^2 + 3y^2 + 10z^2 + 6xz + 8yz = 1$,
- (e) $4x^2 + 5y^2 + 10xy + 10xz + 10yz = 1$.