

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 6

Aufgabe 1

Bei welchen der folgenden Teilmengen handelt es sich um Untervektorräume des \mathbb{R}^3 ?

- (a) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y^2 + z\}$;
- (b) $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x - 5y\}$;
- (c) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 1\}$;
- (d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

Aufgabe 2

- (a) Wir versehen den \mathbb{R}^2 mit der üblichen Addition und der Skalarmultiplikation $\alpha \cdot (x, y) := (\alpha x, 0)$ für $\alpha \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie welche der Axiome (N), (A) und (D) erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?
- (b) Wir versehen den \mathbb{R}^3 mit der üblichen Addition und der Skalarmultiplikation $\alpha \cdot (x, y, z) := (|\alpha|x, |\alpha|y, |\alpha|z)$ für $\alpha \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie welche der Axiome (N), (A) und (D) erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?

Aufgabe 3

Seien $U_1, U_2 \subseteq V$ Vektorräume.

Zeigen Sie: $U_1 \cup U_2$ ist ein Vektorraum $\iff U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$.