

## Grundlagen der Algebra

Sommersemester 2019

Präsenzaufgabenblatt 2

4. Juni 2019

---

### Aufgabe 1.

Bestimmen Sie die Ordnung von  $[3]$  in  $\mathbb{F}_{11}^\times$ .

### Aufgabe 2.

Welche Elemente von  $\mathbb{R}^\times$  haben endliche Ordnung?

### Aufgabe 3.

Sei  $G$  eine Gruppe, in der alle Elemente  $g \neq 1$  die Ordnung 2 haben. Zeigen Sie:  $G$  ist abelsch.

*Tipp: Betrachten Sie zwei Elemente  $g$  und  $h$  und deren Produkt  $gh$ .*

### Aufgabe 4.

Seien  $G$  und  $H$  zwei Gruppen. Bestimmen Sie Kern und Bild des Homomorphismus

$$p : G \times H \rightarrow G, \quad (g, h) \mapsto g.$$

### Aufgabe 5.

Seien  $G$  und  $H$  zwei Gruppen und  $(g, h) \in G \times H$ . Zeigen Sie:

$$\text{ord}((g, h)) = \begin{cases} \text{kgV}(\text{ord}(g), \text{ord}(h)), & \text{falls } g \text{ und } h \text{ endliche Ordnung haben,} \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

Hierbei bezeichnet  $\text{kgV}(a, b)$  für  $a, b \in \mathbb{N}$  die kleinste natürliche Zahl, die sowohl durch  $a$  als auch  $b$  teilbar ist.

Folgern Sie, dass  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  von  $([1], [1])$  erzeugt wird.