

Grundlagen der Algebra

Sommersemester 2019

Präsenzaufgabenblatt 3

11. Juni 2019

Aufgabe 1.

Schreiben Sie

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 8 & 6 & 2 & 1 & 7 & 3 \end{pmatrix} \in S_8$$

als Produkt von disjunkten Zykeln.

Aufgabe 2.

Sei p eine ungerade Primzahl. Zeigen Sie, dass für alle nicht durch p teilbaren $a \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv \pm 1 \pmod{p}.$$

Aufgabe 3.

Sei $\mathbb{Q}^{\times 2} \subseteq \mathbb{Q}^{\times}$ die Untergruppe der Zahlen x^2 für $x \in \mathbb{Q}^{\times}$. Zeigen Sie, dass die Nebenklassen $p\mathbb{Q}^{\times 2}$ mit p Primzahl paarweise verschieden sind. Folgern Sie:

$$(\mathbb{Q}^{\times} : \mathbb{Q}^{\times 2}) = \infty.$$