Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Martin Lüdtke

Grundlagen der Algebra

Sommersemester 2019

Präsenzaufgabenblatt 5 25. Juni 2019

Aufgabe 1.

Sei R ein Integritätsring, so dass 1 endliche Ordnung in $(R, +)$ hat. Zeigen Sie, dass die Ordnung von 1 eine Primzahl ist.

Aufgabe 2.

Welche der folgenden Ringe sind Hauptidealringe?

(a) $\mathbb{Q}$
(b) $\mathbb{C}[X]$
(c) $\mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$
(d) $\mathbb{F}_2[X]/(X^2+1)$
(e) $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$

Aufgabe 3.

Sei K ein Körper.

(a) Zeigen Sie, dass jede Potenzreihe $0 \neq f \in K[\![X]\!]$ eine eindeutige Darstellung als $f = X^n g$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ und $g \in K[\![X]\!]^\times$ besitzt (vgl. Aufgabe 14, Blatt 4).
(b) Zeigen Sie, dass $K[\![X]\!]$ ein euklidischer Ring mit Gradfunktion

$$\delta(X^n g) \coloneqq n \qquad \text{für } n \in \mathbb{N}_0,\ g \in K[\![X]\!]^\times$$

ist.
(c) Zeigen Sie, X dass bis auf Assoziiertheit das einzige Primelement von $K[\![X]\!]$ ist.

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern wird in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

http://www.uni-frankfurt.de/76786679/Grundlagen_der_Algebra