

# Tutorenschulung Mathematik

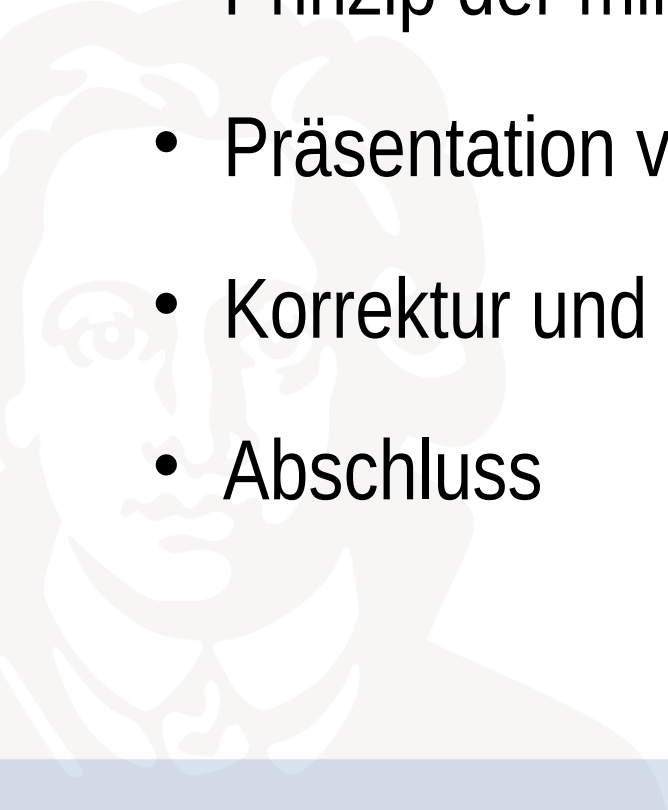
## Wintersemester 2019/2020

Max Hahn-Klimroth & Stephan Gardoll



# Ablaufplan

- Begrüßung & Kennenlernen
- Rolle der Tutor\*innen
- Prinzip der minimalen Hilfe und Tipps
- Präsentation von Musterlösungen
- Korrektur und typische Fehler
- Abschluss

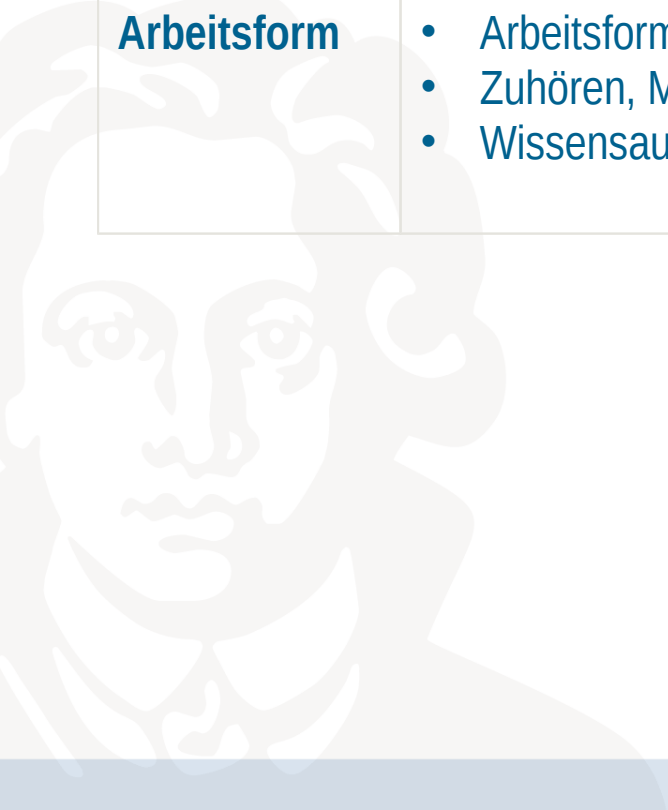


# Arbeitsauftrag Wandzeitungen

- ♠ Was zeichnet eine\*n gute\*n Tutor\*in aus?
- ♣ Wie sollte ein Tutorium ablaufen?
- ♥ Wie sieht optimales Vorrechnen einer Übungsaufgabe aus?
- ♦ Was erzählt ihr zu Beginn des ersten Tutoriums?

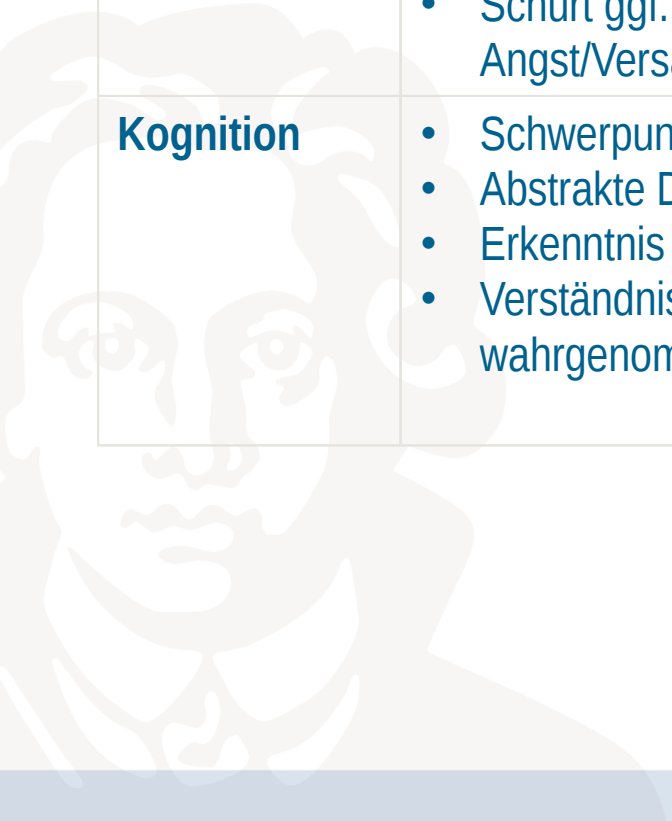
# Gegenüberstellung: Vorlesung vs ideales (?) Tutorium

	Klassische Vorlesung	Ideales (?) Tutorium
<b>Situation</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dozent im Zentrum</li><li>• Kommunikation einseitig</li><li>• Studierende passiv</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Studierende im Zentrum</li><li>• Kommunikation wechselseitig</li><li>• Studierende aktiv</li></ul>
<b>Zeit</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Stoff- und Zeitdruck</li><li>• Tempo einheitlich bestimmt</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ruhe</li><li>• Tempo individuell</li></ul>
<b>Arbeitsform</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Arbeitsform monoton und einseitig</li><li>• Zuhören, Mitschreiben</li><li>• Wissensaufnahme („Schlucken“)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Arbeitsform vielfältig und wechselnd</li><li>• Nachdenken, Vertiefen, Üben, Selbermachen, Zeigen, Erklären,...</li><li>• Wissensverarbeitung („Verdauen“)</li></ul>



# Gegenüberstellung: Vorlesung vs ideales (?) Tutorium

	Klassische Vorlesung	Ideales (?) Tutorium
Soziale Komponente	<ul style="list-style-type: none"><li>• Fremdbestimmt durch Dozent</li><li>• Dozent unabhängig von der Mitarbeit der Studierenden</li><li>• Studierende als Einzelkämpfer</li><li>• Distanziertheit</li><li>• Schürt ggf. Gefühle von Angst/Versagen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Selbstbestimmung der Gruppe</li><li>• Tutor angewiesen auf die Mitarbeit der Studierenden</li><li>• Soziales Lernen der Studierenden</li><li>• Nähe</li><li>• Baut Selbstvertrauen auf, Angst ab</li></ul>
Kognition	<ul style="list-style-type: none"><li>• Schwerpunkt Wissensinhalte</li><li>• Abstrakte Darstellung</li><li>• Erkenntnis als Produkt</li><li>• Verständnisprobleme werden nicht wahrgenommen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Schwerpunkt Methoden und Verstehen</li><li>• Konkrete Anwendung</li><li>• Erkenntnis als Prozess</li><li>• Auf Verständnisprobleme wird gemeinsam eingegangen</li></ul>



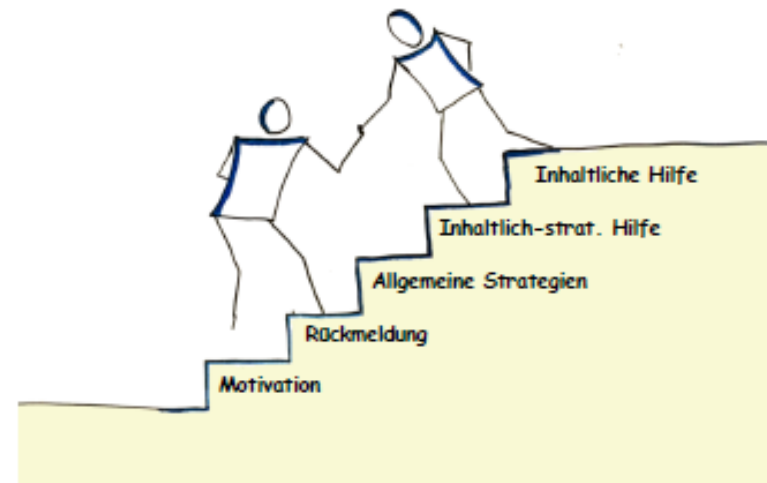
# Prinzip der minimalen Hilfe

*„So viel Hilfe, wie nötig, aber so wenig wie möglich!“*

## Fünf Stufen von Hilfestellungen

- ▶ Motivationshilfen
- ▶ Rückmeldungshilfen
- ▶ Allgemein-strategische Hilfen
- ▶ Inhaltlich-strategische Hilfen
- ▶ Inhaltliche Hilfen

↪ Fremderklärung



# Motivationshilfen

...versuchen, die Lernenden auf emotionaler Ebene u unterstützen.

## Beispiele

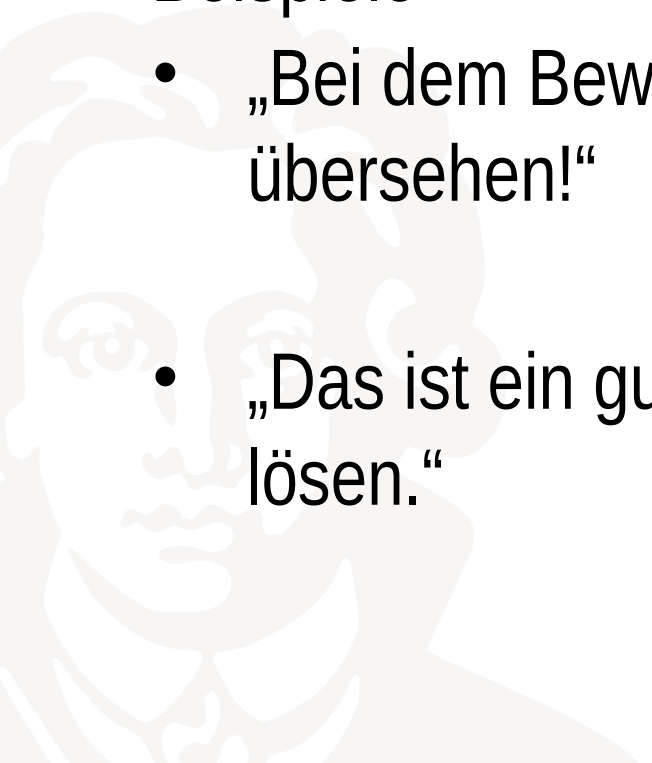
- „Die ersten zwei Aufgaben hast du doch mit ein wenig Grübeln schon hinbekommen. Die dritte klappt bestimmt auch noch. Und wenn man's dann gelöst hat, ist doch auch ein schönes Gefühl, oder?“
- „So eine Aufgabe eignet sich auch gut für Klausuren“

# Rückmeldungen

...geben Auskunft darüber, wie richtig die Lernenden mit ihren Lösungsversuchen liegen.

## Beispiele

- „Bei dem Beweis hast du aber noch ein Detail übersehen!“
- „Das ist ein guter Ansatz, um diese Aufgabe zu lösen.“





# Allgemein-strategische Hilfen

...versuchen, die Lernenden durch allgemeine Tipps zu unterstützen ohne auf den (mathematischen) Inhalt direkt einzugehen.

## Beispiele

- „Hast du schon mal im Skript nach einer Antwort darauf gesucht?“
- „Lies doch nochmal genau die Aufgabenstellung durch! Guck mal, was gegeben ist und wonach genau gefragt wird.“

# Inhaltlich-strategische Hilfen

...beinhalten bei dem jeweiligen Problem häufig verwendete Vorgänge.

## Beispiele

- „Versuche, dir die Situation zunächst anhand von einer Skizze zu veranschaulichen.“
- „Welche Konvergenzkriterien für Reihen kennst du denn?“

# Inhaltliche Hilfen

...beziehen sich konkret auf die Inhalte der Problemstellung und geben gezielte direkte Hinweise zur Lösungsfindung.

## Beispiele

- „Vielleicht kannst du hier die dritte binomische Formel benutzen und den Term dadurch vereinfachen.“
- „Lässt sich hier das Quotientenkriterium anwenden?“

# Offizielles

- Vertretung im Krankheitsfall
- Stundenzettel
  - Formularcenter
- Angebrachtes Verhalten
  - Dienstvereinbarung zur Konfliktlösung und einem partnerschaftlichen Umgang am Arbeitsplatz
- Datenschutz

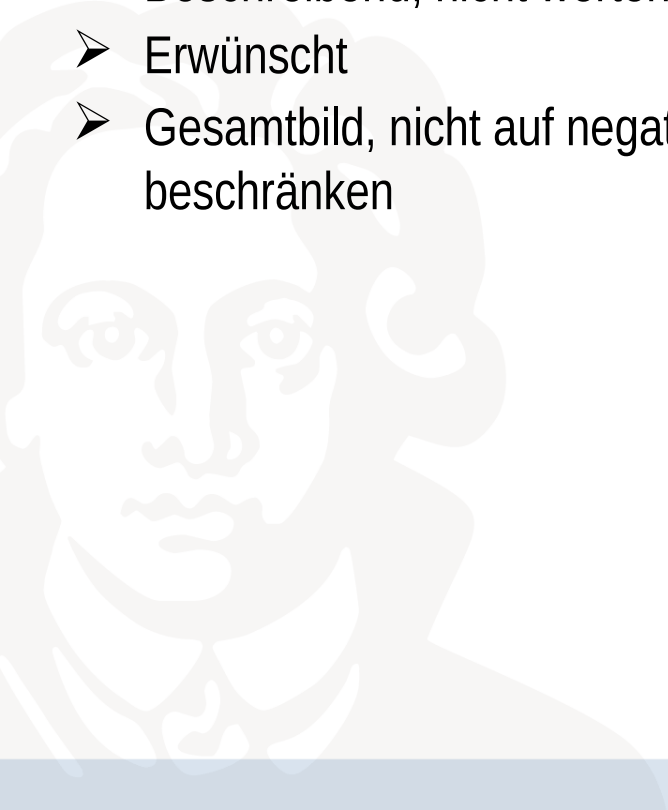
# Feedbackregeln

## Feedback geben

- Konkret und umsetzbar
- Konstruktiv
- Beschreibend, nicht wertend
- Erwünscht
- Gesamtbild, nicht auf negatives beschränken

## Feedback nehmen

- Die Feedback-Gebenden ausreden lassen
- Sich nicht rechtfertigen oder verteidigen (Verständnisfragen sind erlaubt)
- Sich bedanken
- Über das Gehörte in Ruhe nachdenken
- Entscheiden, was man umsetzen möchte



# Musterlösung: komprimiert

## Aufgabe

Sei  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  stetig. Zeigen Sie, dass es ein  $c \in \mathcal{R}$  mit  $f(c) = c$  gibt, dass  $f$  also einen Fixpunkt besitzt.

## komprimierte Lösung

Falls  $f(0) = 0$  bzw.  $f(1) = 1$ , so ist  $c = 0$  bzw.  $c = 1$ . Sei also o.B.d.A.  $f(0) > 0$  und  $f(1) < 1$ . Definiere  $g(x) := f(x) - x$ .  $g$  ist stetig auf  $[0, 1]$  und

$$g(0) = f(0) > 0, \quad g(1) = f(1) - 1 < 0.$$

Aus dem Zwischenwertsatz folgt  $\exists c \in (0, 1) : g(c) = 0$ , d.h.  $f(c) = c$ .

# Musterlösung: ausführlich

Wir sollen in dieser Aufgabe zeigen, dass  $f$  unter den gegebenen Voraussetzungen einen Fixpunkt besitzt. Demnach soll lediglich die Existenz gezeigt werden, also weder Eindeutigkeit bewiesen noch eine konkrete Stelle angegeben werden. Ein Satz aus der Vorlesung, der hier helfen könnte, ist der Zwischenwertsatz.

## Zwischenwertsatz

Sei  $g : [a, b] \rightarrow \mathcal{R}$  stetig und es gelte  $g(a) < g(b)$ . Dann gibt es zu jeder Zahl  $y$  mit  $g(a) < y < g(b)$  eine Zahl  $c \in (a, b)$  mit  $g(c) = y$ .

Dieser macht eine Existenzaussage. Allerdings über eine Nullstelle, und nicht einen Fixpunkt. Wir sollten also versuchen, die Fixpunktaussage in eine Nullstellenaussage zu transformieren.

# Musterlösung: ausführlich

Es gilt

$$f(c) = c \Leftrightarrow f(c) - c = 0.$$

Wir definieren nun also eine neue Funktion  $g(x) = f(x) - x$ . Wenn wir nun zeigen können, dass diese Funktion  $g$  im Intervall  $[0,1]$  eine Nullstelle besitzt, sind wir fertig. Das versuchen wir nun durch Anwendung des Zwischenwertsatzes.

Überprüfen der Voraussetzungen:  $g$  ist stetig, da  $f$  stetig ist und auch die Funktion  $h(x) := x$  stetig ist. Es gilt:

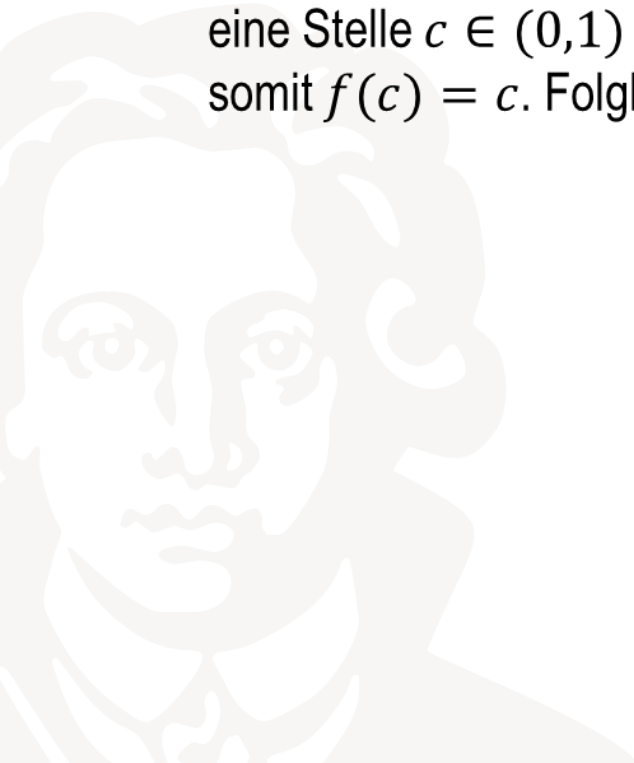
$$g(0) = f(0) - 0 \geq 0, g(1) = f(1) - 1 \leq 0,$$

da  $f$  nach Voraussetzung nur Werte in  $[0,1]$  annehmen kann. Die Voraussetzungen für den Zwischenwertsatz sind so nicht ganz erfüllt. Wir brauchen eine Fallunterscheidung.



# Musterlösung: ausführlich

- Fall 1:  $g(0) = 0$ . Dann gilt aber auch  $f(0) - 0 = 0$  und somit  $f(0) = 0$ . Demnach ist also  $c = 0$  ein Fixpunkt von  $f$ .
- Fall 2:  $g(1) = 0$ . Dann gilt aber auch  $f(1) - 1 = 0$  und somit  $f(1) = 1$ . Demnach ist also  $c = 1$  ein Fixpunkt von  $f$ .
- Fall 3:  $g(0) > 0$  und  $g(1) < 0$ . Dann folgt aus dem Zwischenwertsatz, dass eine Stelle  $c \in (0,1)$  mit  $g(c) = 0$  existiert. Damit gilt aber  $f(c) - c = 0$  und somit  $f(c) = c$ . Folglich ist diese Stelle  $c$  ein Fixpunkt von  $f$ .



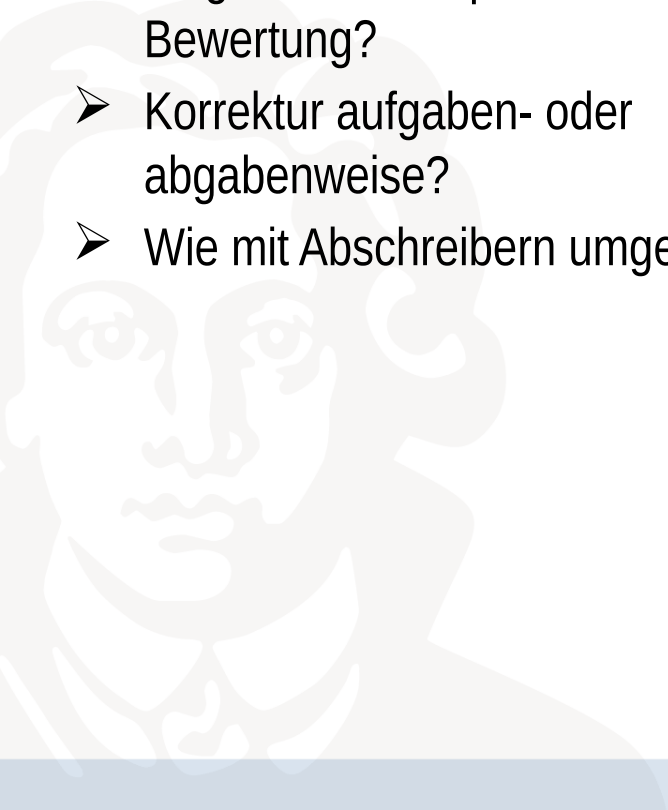
# Funktionen der Korrektur

## Bewertung

- Abstimmung unter den Übungsleiter\*innen
- Mögliche Fehlerquellen bei der Bewertung?
- Korrektur aufgaben- oder abgabenweise?
- Wie mit Abschreibern umgehen?

## Feedback geben

- Was ist lernfördernd/ motivierend, was nicht?
- Ziele der Aufgabe(n)? Wurden diese erreicht?
- Angemessener Aufwand für die Korrektur?
- Was erwarten die Studierenden?



# Beurteilungsfehler

„Der schlimmste aller Fehler ist, sich keines solchen bewusst zu sein.“ (Thomas Carlyle)

Jeder macht Fehler beim Korrigieren

- Inhaltlich
- In der Beurteilung (Punktevergabe)

**Ziel:** möglichst fair beurteilen

# Was heißt „fair“ beurteilen?

## Bezugsnorm beim Beurteilen

- Soziale Bezugsnorm
  - Die besten in der Gruppe erhalten die Bestnote
- Individuelle Bezugsnorm
  - Leistungssteigerung wird positiv, Leistungsabnahme wird negativ bewertet
- Kriteriale Bezugsnorm
  - Benotung entsprechend sachlich-fachlichen Anforderungen
    - **Unabhängig von der Gruppenleistung oder -stärke**

# Kriteriale Bezugsnorm

## Vorteile

- Für Selektionsprozesse geeignet (Klausurzulassung)
- Ermöglicht zumindest in der Theorie eine objektive Bewertung
- Fördert Kooperation, da Bewertungsmaßstab nicht vom „Besten“ abhängt

## Herausforderungen:

- Anforderungen aus fachlichen Kriterien ableiten kann schwierig sein
- Raum für verschiedene Gewichtungen und Interpretationen

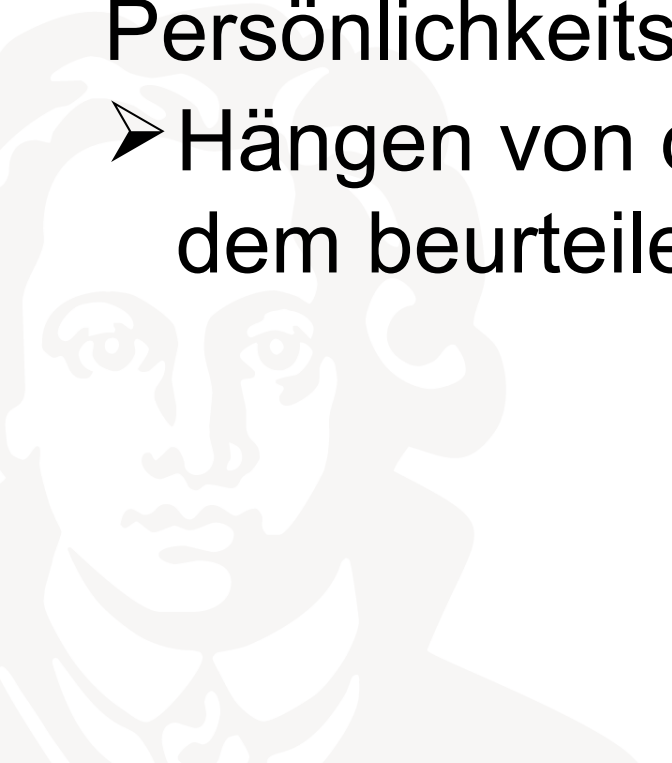
# Beurteilungsfehler – zwei Arten –

## Allgemeine Beurteilungsfehler

- Betreffen (in der Regel) alle Tutor\*innen

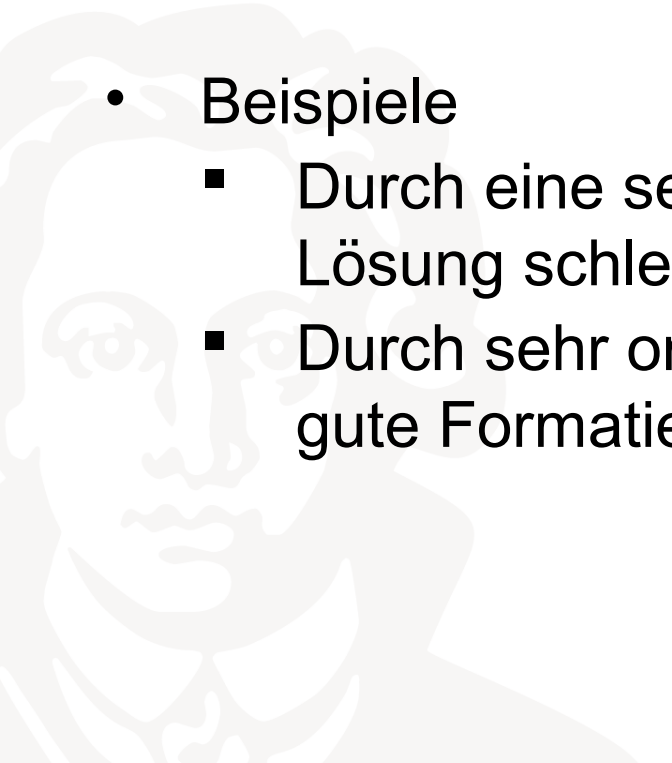
## Persönlichkeitsbezogene Beurteilungsfehler

- Hängen von der beurteilenden Tutorin / dem beurteilenden Tutor ab



# Allgemeine Beurteilungsfehler „Halo“- oder „Nimbus“- Effekt

- Halo = Lichtkreis um Sonne oder Mond
- „Ein Ereignis überschattet alles andere“
- „Schluss von äußeren Merkmalen auf innere Kompetenzen“
- Beispiele
  - Durch eine sehr unleserliche Handschrift wirkt die Lösung schlecht
  - Durch sehr ordentliche Schrift, schöne Grafiken und gute Formatierung wirkt eine Lösung zu gut.



# Allgemeine Beurteilungsfehler

## „Benjamin“-Effekt

Über- oder Unterschätzung aufgrund von Statusgründen

Beispiel anhand nicht erwähnter Zwischenschritte in einer Argumentation:

- „Die studiert nur Lehramt; Also hat sie das wohl nicht richtig verstanden; Punktabzug“
- „Die hat schon Physik studiert; Die Zwischenschritte sollten für sie also offensichtlich sein; kein Punktabzug“



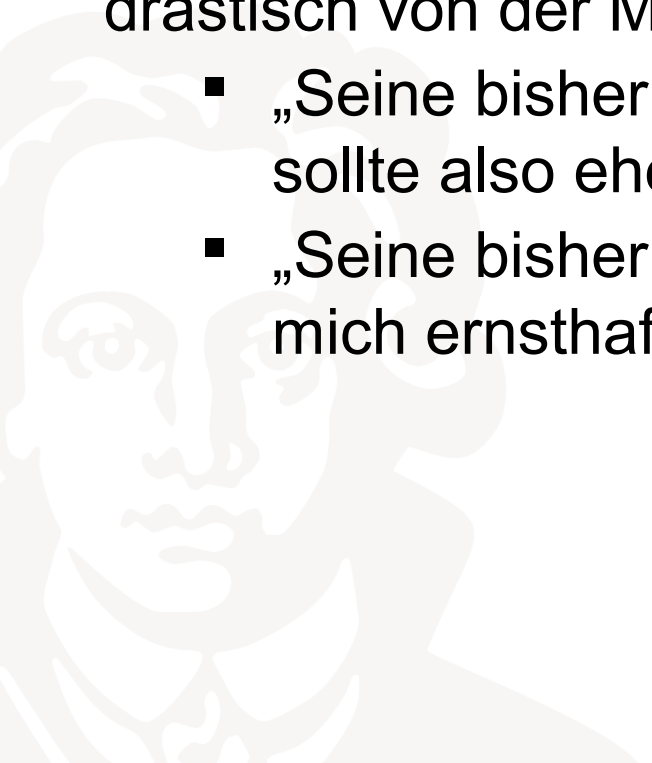
# Allgemeine Beurteilungsfehler

## „Kleber“-Effekt

Vorausgegangene Leistungen / Beurteilungen verfälschen die Bewertung.

Beispiel anhand einer Lösung die nicht direkt klar ist und drastisch von der Musterlösung abweicht:

- „Seine bisherigen Abgaben waren eher schlecht; Das sollte also eher Schwachsinn sein; keine Punkte“
- „Seine bisherigen Abgaben waren eher gut; Ich sollte mich ernsthaft mit dieser Lösung auseinandersetzen.“



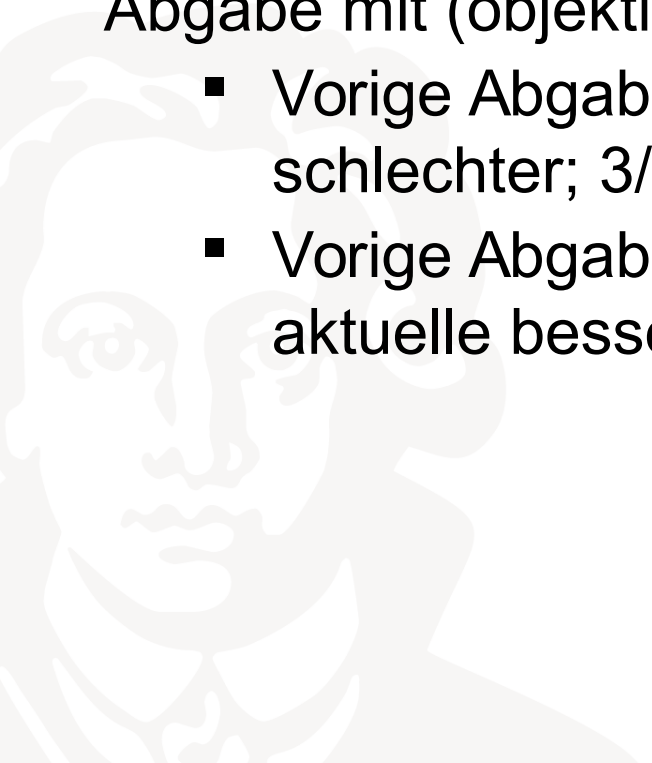
# Allgemeine Beurteilungsfehler

## Reihungseffekt

Vorherige Lösungsvorschläge sind eine Art Benchmark für den jetzigen.

Beispiel anhand der Korrektur einer durchschnittlichen Abgabe mit (objektiv betrachteten) 5/10 Punkten.

- Vorige Abgaben waren besser, also wirkt die aktuelle schlechter; 3/10 Punkten.
- Vorige Abgaben waren schlechter, also wirkt die aktuelle besser; 7/10 Punkten.



# Persönlichkeitsbezogene Beurteilungsfehler: Sympathie

- Warum wirkt jemand sympathisch?
    - Längere Bekanntschaft („Nähe“-Effekt), Attraktivität („Attraktivitätseffekt“),...
  - Warum wirkt jemand unsympathisch?
    - Man erkennt eigene Schwächen („similar-to-me-Effekt“),...
- Wirkt jemand sympathisch, schaut man über kleine Fehler hinweg, während sie bei einer unsympathischen Person überbewertet werden.

# Persönlichkeitsbezogene Beurteilungsfehler: Sympathie

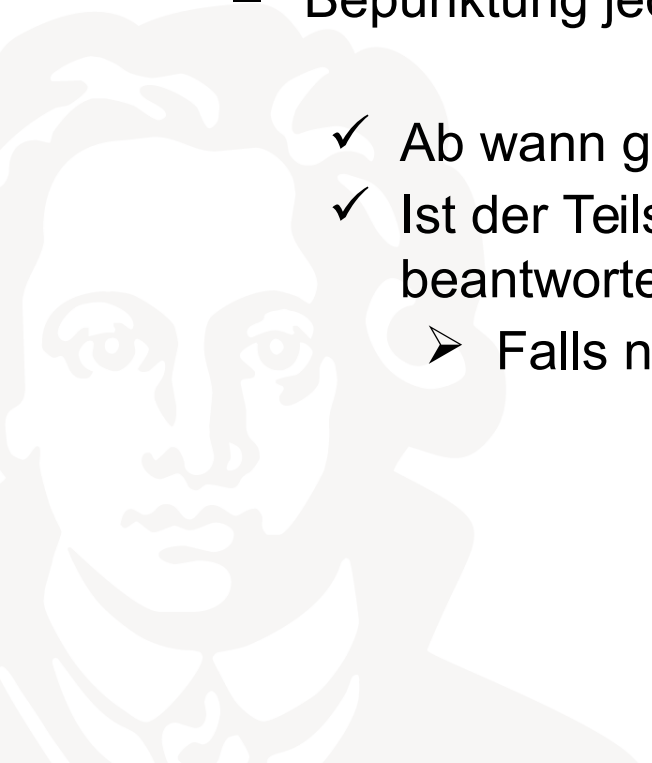
- Tendenz zur Milde
  - Man bewertet generell freundlicher, da man nicht „so hart sein“ möchte oder generell unsicher ist.
- Tendenz zur Strenge
  - Man bewertet grundsätzlich streng, da man hohe Ansprüche hat und sich in seinem Urteil sehr sicher fühlt.
- Tendenz zur Mitte
  - Man bewertet viele Abgaben mit einer mittleren Punktzahl, da man Fehler sieht, aber eventuell nicht einschätzen kann, wie schwerwiegend diese sind.

# Auswirkungen der Fehler

- Persönlichkeitsbezogene Beurteilungsfehler
  - Nicht-Vergleichbarkeit verschiedener Tutorien
  - Bevorzugung und Benachteiligung im eigenen Tutorium
- Allgemeine Beurteilungsfehler
  - Unabhängig davon, wer bewertet, ist eine komplett „faire“ Bewertung unmöglich.
- Wie schlimm ist das Ganze?
  - In Schulnoten gesprochen, lassen sich „sehr gut“, „befriedigend“ und „mangelhaft“ signifikant unterscheiden.
  - Erhöhte Anzeigengenauigkeit erhöht nicht die Messgenauigkeit (Ob eine Aufgabe mit 4 oder 10 Punkten bewertet wird, erhöht nicht die Fairness der Korrektur).

# Fehlerminimierung

- Bewusstmachen möglicher Fehlerquellen
- Erstellen eines **Bewertungsschlüssels**
  - Zerlegung der Musterlösung in wesentliche Teilschritte
  - Bepunktung jedes einzelnen Teilschrittes
    - ✓ Ab wann gilt der Teilschritt als erfüllt?
    - ✓ Ist der Teilschritt klein genug, um diese Frage zu beantworten?
      - Falls nein, Zerlegung in weitere Teilschritte



# Beispiel eines Bewertungsschlüssels

Aufgabe: Beweisen Sie, dass ein Graph  $G = (V, E)$  genau dann ein Baum ist, wenn es zu je zwei Knoten  $a, b \in V$  genau einen  $a$ - $b$ -Weg in  $G$  gibt. (10 Punkte)

Zerlegung in zwei Teilschritte: Es müssen beide Implikationen gezeigt werden.

Bewertung:

- „ $\Rightarrow$ “: 7 Punkte
- „ $\Leftarrow$ “: 3 Punkte

➤ **Problem: Bewertung mit 7/3 ist willkürlich.**

# Beispiel eines Bewertungsschlüssels

Zerlegung von Teilschritt 1 in weitere Teilschritte:

- Teilschritt 1.1: Es gibt zu  $a, b$  einen  $a$ - $b$ -Weg. (2 Punkte)
  - $G$  ist ein Baum  $G$  ist zusammenhängend. (1 Punkt)
  - Definition zusammenhängend: Existenz eines  $a$ - $b$ -Weges für alle Paare  $(a, b)$ . (1 Punkt)
- Teilschritt 1.2: Es gibt nicht mehr als einen  $a$ - $b$ -Weg (5 Punkte)
  - $G$  ist ein Baum  $G$  ist kreisfrei. (1 Punkt)
  - Idee: Kontrapositionsbeweis (0,5 Punkte)
  - Idee: Durch zwei Wege entsteht ein Kreis (1 Punkt)
  - Idee: Zwei  $a$ - $b$ -Wege sind i.A. zunächst identisch, dann disjunkt und treffen dann wieder zusammen. (1,5 Punkte)
  - Formale Korrektheit des o.g. Arguments. (1 Punkt)
- **Problematisch: „Formale Korrektheit“ ist interpretationsbelastet.**



# Beispiel eines Bewertungsschlüssels

Zerlegung von Teilschritt 2 in weitere Teilschritte:

- Teilschritt 2.1:  $G$  ist zusammenhängend (0,5 Punkte)
  - Es gibt einen  $a$ - $b$ -Weg für alle Paare  $(a,b)$ .  $G$  ist zusammenhängend.
- Teilschritt 2.2:  $G$  ist kreisfrei (2,5 Punkte)
  - Idee: Kontrapositionsbeweis (0,5 Punkte)
  - Idee: Existenz eines Kreises impliziert, dass für mindestens ein Paar  $(a,b)$  zwei  $a$ - $b$ -Wege existieren. (1 Punkt)
  - Formale Korrektheit des o.g. Arguments (1 Punkt).
- **Problematisch: „Formale Korrektheit“ ist interpretationsbelastet.**

# Quellen

- Christoph Ableitinger, Angela Herrmann: Lernen aus Musterlösungen zur Analysis und Linearen Algebra, 2. Auflage, Springer Verlag, 2011
- Handout zum Tutor\*innentraining, Zentrum Naturwissenschaften Wintersemester 2016\_17
- Wolfgang Mentzel, Svenja Grotzfeld, Christine Haub: Mitarbeitergespräche, 2010

