

Elementarmathematik I
Übungsblatt 8

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: F. Göbler

13.12.2019

Die folgenden Aufgaben werden in der Übung bearbeitet und nicht abgegeben.

Übung 1 (Präsenzaufgabe)

Seien $A, B \neq \emptyset$ Mengen und $F \subseteq A \times B$, sodass F nur aus einem Punkt besteht. Welche Bedingungen müssen A und B erfüllen, damit F eine Abbildung ist?

Übung 2 (Präsenzaufgabe)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Abbildungen $F \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ injektiv sind.

1. $F = \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$.
2. $F = \{(x, x^3) \mid x \in \mathbb{R}\}$.
3. $F = \{(2x + 1, 3x - 2) \mid x \in \mathbb{R}\}$.
4. $F = \Delta_{\mathbb{R}}$.

Die folgenden Aufgaben sind abzugeben und werden bewertet.

Übung 3 (4 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\{(x, 3x + 7) \mid x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

injektiv ist.

b) Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und $\alpha \neq 0$. Begründen Sie, warum die Abbildung

$$\{(x, \alpha x + \beta) \mid x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

injektiv ist.

Übung 4 (4 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv sind:

1. $\{(x, x^2) \mid x \geq 0\} \subseteq \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}$.
2. $\{(x, x^2 - 3x + 2) \mid x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Übung 5 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die größte Teilmenge $M \subseteq \mathbb{R}$, für die die Menge

$$F := \{(x, x^2 - 3x + 2) \mid x \in M\} \subseteq M \times \mathbb{R}$$

eine injektive Abbildung ist.

Übung 6 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die größte Teilmenge $M \subseteq \mathbb{R}$, für die die Menge

$$F := \left\{ \left(x, \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) \mid x \in M \right\} \subseteq M \times \mathbb{R}$$

eine Abbildung ist. Ist F injektiv?

Die folgenden Aufgaben sind zur eigenen Wiederholung gedacht und werden nicht abgegeben.

Übung 7 (Wiederholung)

Ist der folgende Ausdruck eine Tautologie? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$((P \vee Q \vee R) \implies S) \iff (P \implies (Q \implies (R \implies S)))$$

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr** am **Freitag, den 17.01.2020**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.