

Hinweis:

► **Begründen Sie bitte alle Ihre Antworten! Unbegründete Antworten werden nicht bewertet. Rechnungen können Begründungen sein.**

Aufgabe 13.1

7 Punkte

- a) Finden Sie den linearen Code $C_A \subset \mathbb{F}_5^3$ der von den Codewörtern $(1, 2, 0)$, $(3, 0, 1)$ und $(4, 4, 4)$ erzeugt wird, nennen Sie alle Codeworte.
- b) Welchen Minimalabstand $d(C_A)$ hat der Code C_A ?
- c) Welche Dimension hat der Code C_A ?
- d) Nennen Sie alle Mengen von Stellen $J \subset \{1, 2, 3\}$ in denen der Code C_A systematisch ist.
- e) Falls der Code C_A systematisch in den Stellen 1 und 2 ist, nennen Sie die kanonische Generator-Matrix für C_A .
- f) Nennen Sie eine Kontroll-Matrix für C_A .
- g) Ist der Code C_A ein (n, k) -Kontrollstellencode? Nennen Sie in diesem Fall die Abbildungen p_1, \dots, p_{n-k} .

Aufgabe 13.2

7 Punkte

Es sei C_B der lineare Code in \mathbb{F}_2^6 der durch die folgende (kanonische) Generatormatrix

$$G_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

erzeugt wird.

- a) Berechnen Sie die Dimension von C_B .
- b) Wie viele Codeworte gibt es in C_B ?
- c) Nennen Sie eine Kontroll-Matrix für C_B .
- d) Kodieren Sie mithilfe der Abbildung \mathcal{K}_{C_B} die Datenwörter $w_1 = (0, 1, 0)$ und $w_2 = (1, 0, 1)$.
- e) Ordnen Sie per MLD dem Wort $x = (0, 1, 0, 0, 1, 1)$ das passende Codewort aus C_B zu.

Aufgabe 13.3

6 Punkte

Es sei \mathbb{F}_q^n ein Vektorraum über einen endlichen Körper \mathbb{F}_q und es sei q eine Primzahl und $n \in \mathbb{N}$.

- a) Wie viele Elemente besitzt der Vektorraum \mathbb{F}_q^n ?
- b) Wie viele mögliche Teilmengen des Vektorraum \mathbb{F}_q^n gibt es?
- c) Wie viele mögliche Basen gibt es für den Vektorraum \mathbb{F}_q^n ?
- d) Wie viele Unterräume der Dimension $k \leq n$ gibt es im Vektorraum \mathbb{F}_q^n ?