Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2020
15. Mai 2020

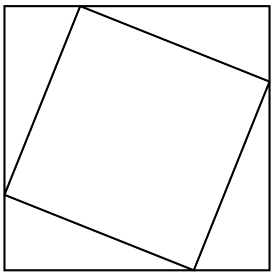
Geometrie L2/L5
Prof. Dr. Martin Möller
Johannes Schwab

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie den Satz des Pythagoras.

Hinweis:



Aufgabe 2 (4 Punkte)

(a) Beweisen Sie die folgenden Identitäten:

$$\sin(\pi - \gamma) = \sin\gamma$$
$$\cos(\pi - \gamma) = -\cos\gamma$$

(b) Beweisen Sie den Cosinussatz für den Fall $\gamma \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

(c) Beweisen Sie den Teil $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$ des Sinussatzes für den Fall $\gamma \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie die Additionstheoreme für den Fall $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, aber $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta),$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta).$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

(a) Berechnen Sie $\cos\frac{2\pi}{5}$ und $\sin\frac{2\pi}{5}$. Zeigen Sie dazu der Reihe nach folgende Aussagen:

(i) $\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

(ii) $\cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$

(iii) $\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

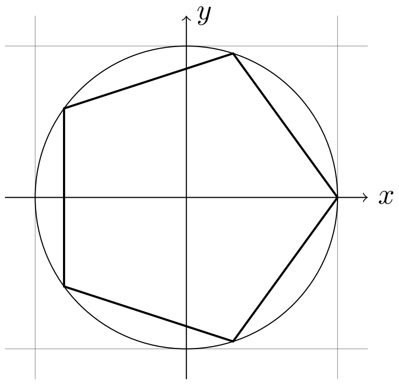
(iv) für $\alpha = \frac{2\pi}{5}$ gilt $\cos(2\alpha) = \cos(3\alpha)$

(v) das Polynom $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ hat eine Nullstelle bei $x = \cos\frac{2\pi}{5}$

(vi) $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ *(Hinweis: $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = (x-1)(4x^2 + 2x - 1)$)*

(vii) $\sin\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

(b) Berechnen Sie die (exakten) Kantenlängen und den (exakten) Flächeninhalt des in den Einheitskreis einbeschriebenen regelmäßigen Fünfecks.



Abgabe bis **12:00** am **Donnerstag, den 21. Mai** über die Olat-Seite der Vorlesung.