

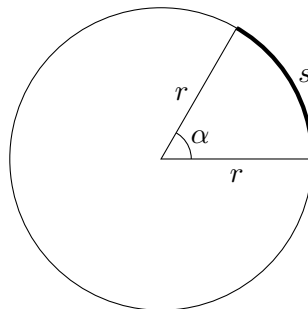
Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die fehlenden Werte in folgender Tabelle für $r \in \mathbb{R}_{>0}$:

Kartesische Koordinaten	Sphärische Koordinaten
$(1, 0, 0)$	
$(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$	
	$(1, 0, \frac{\pi}{4})$
	$(r, \frac{\pi}{2}, \pi)$

(b) Bestimmen Sie die Länge des Kreissegments s in Abhängigkeit vom Radius r und dem Winkel α , wobei α im Bogenmaß gegeben sei.



Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien g, h zwei Geraden auf der Einheitssphäre, die sich im Punkt P schneiden. Seien weiterhin E_g und E_h die zugehörigen Ebenen und $\mathfrak{g}_P, \mathfrak{h}_P$ die Tangenten an g bzw. h im Punkt P .

Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen \mathfrak{g}_P und \mathfrak{h}_P gleich dem Winkel zwischen E_g und E_h ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $\theta \in (0, \pi)$ und $\varphi \in [0, 2\pi)$ und $P = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ auf der Einheitssphäre.

(a) Sei $(\theta, \varphi) \notin \{(\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, \pi)\}$.

Geben Sie (in Abhängigkeit von θ und φ) die Pole zum Großkreis (auf der Einheitssphäre) durch $(1, 0, 0)$ und P an.

(b) Geben Sie (in Abhängigkeit von θ und φ) die Ebene zu der Polaren zum Punkt P auf der Einheitssphäre an.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

- (a) Wir berechnen den Erdradius wie einst Eratosthenes: Er wusste von einem Brunnen in der Stadt Syene, in dem sich am 21. Juni die Sonne genau spiegelte (d.h. genau senkrecht stand); in seiner Heimatstadt Alexandria maß er an diesem Tag eine Abweichung von 7° zur Senkrechten. Syene lag 780 km von Alexandria entfernt.

Berechnen Sie den Erdradius; runden Sie auf ganze Kilometer.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Sonne unendlich weit weg ist, also alle Sonnenstrahlen parallel verlaufen. Nehmen Sie außerdem in der gesamten Aufgabe an, dass die Erde eine Kugel ist.

- (b) Der oberste Stock des Commerzbank Tower ist in 260 Meter Höhe. Wie weit können Sie von dort bei optimalen Bedingungen gucken, d.h. wie weit ist der Punkt am Horizont vom Fuße des Commerzbank Towers entfernt?