

Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ eine projektive Ebene. Zeigen Sie, dass

- (a) es zu jeder Geraden einen Punkt gibt, der nicht auf dieser Geraden liegt;
- (b) es zu jedem Punkt eine Gerade gibt, auf der dieser Punkt nicht liegt;
- (c) sich in jedem Punkt mindestens 3 Geraden schneiden;
- (d) auf jeder Geraden mindestens 3 Punkte liegen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die drei Axiome der projektiven Ebene unabhängig sind. (D.h. geben Sie drei Beispiele an, die jeweils zwei der Axiome erfüllen und das dritte verletzen.)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Wir betrachten die projektive Ebene von Ordnung 3. Dort gilt folgende Variante des großen Satzes von Desargues:

Seien ABC , $A'B'C'$ zwei Dreiecke, so dass sich die Geraden AA' , BB' , CC' in einem Punkt P schneiden. Dann sind die 3 Schnittpunkte der sich entsprechenden Dreiecksseiten kollinear.

Zeigen Sie anhand eines Beispiels (ein allgemeiner Beweis ist nicht nötig), dass der große Satz von Desargues in der projektiven Ebene von Ordnung 3 gilt.

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Geben Sie die duale Aussage zum großen Satz von Desargues aus Aufgabe 3 an.

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Beweisen Sie, dass die aus der Vorlesung bekannte Geometrie auf Kugeloberflächen (die Punkte sind die Punkte auf der Kugel, die Geraden sind die Großkreise) keine projektive Ebene ist.

Abgabe bis 12:00 am Donnerstag, den 9. Juli über die Olat-Seite der Vorlesung.