

# Blockseminar zum Thema Kählermannigfaltigkeiten

**Dozent:** Andreas Bernig ([bernig@math.uni-frankfurt.de](mailto:bernig@math.uni-frankfurt.de))

**Modul:** BaM-DG-gs oder MaM-GA-gs

**Zeit und Ort:** 12.-16. April 2021, in Präsenz falls möglich.

**Vorbesprechung:** Dienstag, 17. November 2020, 11:00-11:30

Via Zoom (<https://uni-frankfurt.zoom.us/>)

Meeting ID: 961 2200 1127

Passcode: 277178

**Anmeldung:** Die verbindliche Anmeldung per e-mail muss bis **Ende November** erfolgen, danach werden die Vorträge zugeteilt.

**Inhalt:** Dieses Blockseminar baut auf der Vorlesung *Analysis auf Mannigfaltigkeiten* auf. kann aber auch sehr gut mit der Vorlesung *Riemannsche Geometrie* vom SoSe2021 kombiniert werden. Kählermannigfaltigkeiten haben eine zentrale Bedeutung in Differentialgeometrie, Algebraischer Geometrie sowie Mathematischer Physik. Ziel ist es, die Definition und grundlegende Eigenschaften von Kählermannigfaltigkeiten zu verstehen, um anschließend die de Rham-Kohomologie solcher Mannigfaltigkeiten genauer zu untersuchen.

1. **Holomorphe Funktionen in mehreren Variablen.** Erinnerung an die wichtigsten Sätze der Funktionentheorie (H 1-3), Definition von holomorphen Funktionen in mehreren Variablen (H 4-7)
2. **Komplexe und hermitesche Strukturen I.** Fast komplexe Strukturen, hermitesches Skalarprodukt, der Lefschetzoperator und sein Dual (H 25-33)
3. **Komplexe und hermitesche Strukturen II.** Der Zähloperator, Kommutatorrelationen, primitive Elemente, Hodge-Riemann-Relationen (H 34-40)
4. **Differentialformen.** Komplexifiziertes (Ko-)Tangentialbündel, Poincaré-Lemmas (H 42-50)
5. **Definition und Beispiele von komplexen Mannigfaltigkeiten** (H 51-64)
6. **Differentialkalkül auf komplexen Mannigfaltigkeiten.** Fast komplexe Mannigfaltigkeiten, holomorphe Formen, integrable fast komplexe Strukturen, Theorem von Newlander-Nirenberg, Dolbeault-Kohomologie.
7. **Kähleridentitäten.** Der Lefschetzoperator und sein Dual. Der Laplaceoperator, Kählermannigfaltigkeiten, Kähleridentitäten (H 113-122)
8. **Hodgetheorie.** Hodgezerlegung,  $\partial$ - $\bar{\partial}$ -Lemma (H 125-130)
9. **Lefschetztheoreme.** Hard Lefschetz Theorem, Hodge-Riemann-Relationen, Hodge Indextheorem (H 136-142)
10. **Krümmung von Kählermannigfaltigkeiten.** (B 4.3, 4.4)

Die genaue Themeneinteilung hängt von der Anzahl der Vortragenden ab. Themenwünsche können bei der Anmeldung angegeben werden und werden nach Möglichkeit beachtet.

## Literatur

- [H] Daniel Huybrechts: *Complex geometry*, Springer 2005
- [B] Werner Ballmann: *Lectures on Kaehler manifolds*
- Andreas Bernig: Skript zur Vorlesung *Analysis auf Mannigfaltigkeiten*, SoSe2020